Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

MECHANICA

SEU

BREVIS TRACTATUS

DE

MOTU, ET AEQUILIBRIO

COMMODA METHODO CONSCRIPTUS

A

D. OCTAVIANO CAMETTI

ABBATE VALLUMBROSANO

Regiae Lugdunensis Scientiarum Academiae Socio, et in Pisana Universitate Publico Matheseos Professore.

Editio Altera Priore Auctior, & Correctior.

PISIS ANN. MDCCLXVIII.

AP. AUGUST. PIZZORNO *S. P.*

Digitized by Google

Digitized by Google

PRAEFATIO.

HIC Tractatus Mechanicae, qui rurſus in lucem prodit, in duas partes diviſus eſt, quarum prima agit de motu corporum, altera de aequilibrio: illa refertur ad Univerſi oeconomiam; haec ad vitae humanae commoda ordinatur. Quantum vero conferre ſoleat ſcientia motus ad naturam intimius pervadendam, vel ii norunt, qui principia Phyſicae delibarunt. Ad Phyſicum enim ſpectat nedum materiam, ſtructuramque ejuſdem partium contemplari, ſed etiam expendere ejus motum; materia ſiquidem ſine motu informis plane, ac rudis eſt, ſoloque mediante motu ſe ſe natura prodit, rerum varietas eniteſcit, eoque creſcunt plantae, arbores nutriuntur, animalia vivunt, & tota Univerſi machina conſervatur.

Unde non eſt mirandum, ſi neglecta hac Scientia motus, Phyſica Antiquorum tanto temporum intervallo nullis fere acceſſionibus aucta ſit; ſiquidem conſtat eos nondum progreſſos eſſe ultra corporum aequilibrium, de quo loquitur Archimedes, *quando incomparabilis* Galilaeus *eorum inventis quidquam addere auſus eſt, & omnium primus detexit*

leges, quas ſolent corpora obſervare, ſive libere cadant in recta normali ad horizontem, ſive deſcendant ſuper planum aliquod inclinatum, & per arcum circuli alicujus, ſive tandem proiiciantur horizontaliter, aut oblique ad horizontem. Hoc autem aditu patefacto, non arduum poſtea fuit Galilaei *ſemitis inhaerendo, ulterius progredi, & Scientiam motus novis acceſſionibus illuſtrare. Et ſane non defuerunt, qui proprietates detegerent motus gravium in curva qualibet deſcendentium, qui invenirent centrum gravitatis tum corporum ſingularium, tum ſyſtematis eorundem, qui exponerent leges centralium virium, & ſymptomata pendulorum in circulo, & cycloide oſcillantium.*

Haec quidem omnia, & alia plura huc pertinentia viri celebres invenerunt, quae ſummatim inde collecta Scientiam motus *poſtea nuncuparunt. At cum ſaepe adhibeant demonſtrationes, quae plus aequo prolixae ſunt, dum ſyntheſi uti volunt, vel Tyronum captui parum accommodatas, dum analyſi uti malunt; ideo e re futurum duxi, ſi hanc Scientiam traderem more Veterum, eamque a longioribus, obſcuriſque demonſtrationibus liberarem.*

Quare in hac praeſertim nova Mechanicae editione non ſolum mihi curae, cordique fuit, vim inertiae, & naturae leges clariori methodo demonſtrare; ſed etiam motus compoſiti theoriam novis additamentis reddere uberiorem. His fundamenti loco praejactis, oſtendi ſymptomata motus gravium tum libere decidentium, tum per unum, & plura plana

con-

contigua inclinata, tum demum in curva qualibet deſcendentium. Cum vero haec methodus viam ſternat ad doctrinam penduli demonſtrandam, propterea his ſubjeci proprietates penduli oſcillantis per arcum circuli, & cycloidis; ex quibus etiam collegi quantum vis gravitatis in variis terrae locis diverſa ſit, & in qua ratione eadem creſcat, aut minuatur.

A motu pendulorum tranſeo ad Baliſticam, *in qua tradenda ſequutus ſum methodum D.* De la Caille, *cum quo oſtendi, Theoriam motus corporum projectorum, ut profluit e Geometria, non maximi uſus eſſe in re tormentaria; at in aliis partibus Scientiarum Phyſico-Mathematicarum adferre praeclara commoda, cum ipſa veluti manu duxerit Geometras ſaeculi ſuperioris ad Aſtronomiae Theoriam Phyſicam inveniendam, pulcherrimum ſane, atque utiliſſimum omnium inventorum, quibus recentius aevum gloriari poteſt. Progredior tandem ad centrales vires examinandas, ubi ſuppoſita rotatione telluris circa ſuum axem, oſtendi vim gravitatis ſub aequatore minorem eſſe, quam prope polos; ideoque figuram terrae non eſſe ſphaericam accurate, ſed accedere potius ad ellipſoidem rotatione ellipſeos circa ſuum axem minorem genitum, hoc eſt tellurem ad polos non nihil deprimi, & protuberare ad aequatorem.*

In altera vero Mechanicae hujus parte ad ſimplices, & compoſitas machinas me converto. Jam nemo eſt, qui ignoret quam neceſſaria ſit Scientia machinarum ad humanae vitae commoda comparanda. Ipſa enim omnes invenit artes, quibus nationes bar-

Digitized by Google

LEMMA.

246. *Si in circulis concentricis ACKM, DFLN (Fig. 64.) accipiantur ſimiles arcus AC, DF, indeque ex C, & F ad tangentes AH, DT demittantur perpendiculares CB, FE; hae erunt, ut radii IA, ID.*

Jungantur chordae AC, DF. Quia ſunt ſimiles arcus AC, DF, tot gradus circuli ACKM erunt in arcu AC, quot gradus circuli DFLN ſunt in arcu DF, & ideo ductis radiis IC, IF, angulus AIC aequabitur DIF, & recta IF coincidet cum IC. Jam vero in triangulis AIC, DIF eſt IA ad ID, ut IC ad IF; igitur chorda DF erit parallela ad alteram chordam AC, & angulus IAC aequalis IDF. Sed rectus quoque angulus IAB aequatur recto IDE; ergo & reliquus CAB aequabitur reliquo FDE. Recti autem, ſeu aequales ſunt etiam anguli ABC, DEF; ergo & triangulum ABC erit ſimile alteri DEF, & CB ad FE, ut CA ad FD. Atqui ob parallelas DF, AC, eſt CA ad FD, ut IA ad ID; ergo etiam CB erit ad FE, ut IA ad ID.

PROPOSITIO L.

247. *Si directio vis projectionis ſit eadem, foci eo longius a parabolarum ſuarum vertice diſtant, quo vis projectionis eſt major.*

Corpus vi acquiſita lapſu libero per BC (*Fig. 65.*) projiciatur ſecundum rectam CD, & motu ſuo deſcribat parabolam CSG. Rurſus idem, aut aliud corpus vi acquiſita lapſu libero per PC, projiciatur ſimiliter juxta CD, percurratque parabolam CVR: dico, diſtantiam foci parabolae CVR a ſuo vertice, eſſe ad diſtantiam foci parabolae CSG a vertice ſuo, ut CP

G ad

ad CB. Nam centro C, & radiis CP, CB deſcriptis circulis PILN, BOKM, agantur tangentes PQ, BT, quae erunt (242) directrices parabolarum CVR, CSG. Deinde radio CH ſic ducto, ut ipſe cum CD comprehendat angulum DCH aequalem alteri PCD, ex punctis H, F demittantur ad directrices perpendiculares HZ, FA. Quia CD tangit (236) in C parabolam CVR, & angulus DCH aequatur angulo PCD, erit (244) H focus parabolae CVR. Pari modo oſtendam, F eſſe focum parabolae CSG. Porro ob angulum PCH aequalem alteri BCF, ſimiles erunt arcus PH, BF; unde (246) HZ erit ad FA, ut radius CP ad radium CB. Sunt autem HV, FS dimidiae rectarum HZ, FA; ergo etiam HV erit ad FS, ut radius CP ad radium CB. Eſt vero HV diſtantia foci H a vertice parabolae CVR, & FS diſtantia foci F a vertice parabolae CSG; ergo & diſtantia foci H a vertice ſuae parabolae CVR erit ad diſtantiam foci F a vertice ſuae parabolae CSG, ut radius CP ad radium CB, & ideo foci eo longius a ſuarum parabolarum vertice diſtant, quo vis projectionis eſt major.

COROLLARIUM I.

248. Quoniam vertex V parabolae CVR altior eſt vertice S parabolae CSG, etiam illius arcus CV ſuperior erit hujus arcu CS. Unde ſi dum pila juxta CD projicitur a ſclopeto vi pulveris nitrati expoſita per BC, accurate attingat ſcopum; ipſa aſcendet poſtea altius ſcopo, ſi manente eadem directione, majori vi pulveris pyrii jaculetur.

COROLLARIUM II.

249. Quare ſi corpus horizontaliter projectum vi acquiſita lapſu libero per PC (*Fig. 66.*), parabolam CR deſcribat: projectum autem vi adepta lapſu libero per BC, parabolam aliam CG percurrat; diſtantiae focorum

PARS PRIMA

DE CORPORUM MOTU.

CAPUT I.

De motu in genere, ejusque variis ſpeciebus.

DEFINITIO I.

1. LOCUS eſt pars ſpatii, quae a corpore occupatur.

DEFINITIO II.

2. *Motus* eſt translatio corporis ex uno in alium locum. *Quies* eſt ejusdem in loco perſeverantia.

COROLLARIUM I.

3. Quia corpus transferri nequit ex uno in alium locum, niſi tranſeat per omnia loca media; patet, non poſſe motum fieri in inſtanti, ſed tempore aliquo opus eſſe, quo corpus ex primo loco in proximum quemdam tendat, ex hocque ad ſequentem, donec tandem perveniat in extremum.

Digitized by Google

COROLLARIUM II.

4. Si itaque corpus motum conſideretur veluti punctum, via etiam poterit aſſignari, per quam tranſiit, atque ea cognita, nullum in ea erit punctum, quod non attigerit corpus, dum a primo loco ad ultimum progreſſum eſt. Haec autem via *percurſum ſpatium* appellatur.

DEFINITIO III.

5. Motus *uniformis*, aut *aequabilis* dicitur, quando corpus aequalibus temporibus aequalia ſemper percurrit ſpatia; dicitur autem *difformis*, aut *inaequabilis*, quando corpus aequalibus temporibus percurrit ſpatia inaequalia.

COROLLARIUM I.

6. Igitur corpus aequabili motu latum, tempore duplo abſolvit (5) ſpatium duplum, triplo triplum, & ſic porro; unde in genere ſpatia ab ipſo percurſa, erunt temporibus proportionalia. Ita navis aequabili motu incedens, ſi una hora percurrit milliaria duo, eadem duabus horis abſolvet milliaria quatuor, tribus ſex.

COROLLARIUM II.

7. Hinc ſi aequabilis motus detur, habebitur ex eo accurata menſura temporis, quae nonniſi ex motu cognoſci poteſt. Spatiis ſiquidem menſuratis, quae corpus aequabili motu abſolvit, prodibit (6) ſimul ratio temporum, quibus percurſa ſunt.

SCHOLIUM.

8. Et quidem temporis diviſio in annos, dies, & horas orta eſt ex motu, qui velut aequabilis ſpectabatur. Poſita enim terra quieſcente, veteres crediderunt ſolem aequabili motu ferri, tempusque quo circa terram revolvitur, *diem* appellaverunt. Exiſtimaverunt pariter ſtellas fixas circa terram aequabili motu ferri, & tem-

tempus quo ſol revertitur ad eundem locum relate ad ſtellas fixas, *annum* poſuerunt. Demum diviſerunt haec tempora in aequales partes, hocque modo *horas*, & *minuta* adepti ſunt. Facile autem patet, ſi motus iſti non ſint aequabiles, ut creduntur, hinc quoque menſuram temporis eſſe erroneam. Re ipſa vero aſtronomi recentiores aliquam inaequalitatem in hiſce motibus obſervarunt, dieſque omnes invenerunt non eſſe inter ſe aequales; ideoque illis neceſſe fuit pro his diebus inaequalibus ſubſtituere alios medios, & aequales, quam ſubſtitutionem vocant *temporis aequationem*.

Definitio IV.

9. *Velocitas* dicitur ea corporis moti affectio, qua aptum redditur dato tempore datum ſpatium percurrendi.

Corollarium I.

10. Quia corpus aequabili motu latum, aequalibus temporibus aequalia ſemper percurrit (5) ſpatia, ipſum eandem (9) ſemper conſervabit celeritatem. Et e converſo corpus quod eandem ſemper conſervat celeritatem, temporibus aequalibus aequalia quoque percurret (9) ſpatia; unde erit aequabili (5) motu latum.

Corollarium II.

11. Menſura ergo celeritatis eſt (9) ſpatium, quod corpus aequabiliter motum tempore dato abſolvit. Et ſane ſi corpus B aequabili motu latum, percurrat duplum ſpatium illo tempore, quo corpus A aequabiliter quoque motum, abſolvit ſimplum; corpus B habere dicitur celeritatem duplo majorem, quam corpus A.

Corollarium III.

12. Ergo duorum corporum motu aequabili progredientium celeritates ſunt (11) ut ſpatia, quae pari tempore ab illis corporibus percurruntur; ideoque ſi-

Digitized by Google

cuti (4) ſpatia, ita & celeritates commode poſſunt per rectas lineas exhiberi.

COROLLARIUM IV.

13. Celeritas autem, quam corpus inaequabili motu latum in quovis ſpatii puncto habet, menſuranda erit (11) ex ſpatio, quod ea celeritate aequabiliter motum, percurrere tempore dato poſſet.

COROLLARIUM V.

14. Celeritas ergo corporis aequabiliter moti, abſolute poterit menſurari ſpatio quod dato tempore, exempli cauſa uno minuto ſecundo percurritur; unde is velocitatem corporis cujuſpiam perfecte cognoſcere cenſendus eſt, qui ſpatium definire valet, quod corpus ea celeritate motum, tempore minuti ſecundi percurrit.

SCHOLIUM.

15. Maxime etiam eſt in uſu haec celeritatis inveniendae ratio. Nautae enim navis celeritatem exploraturi, ſpatium metiuntur, quod dato tempore abſolvit navis. Vulgo autem accipiunt intervallum quatuor horarum, & inveſtigant quot milliaria hoc tempore abſolvit navis. Ex quo ſimul intelligitur (6) quot pedes percurrat navis tempore unius minuti ſecundi, ſiquidem motu aequabili progrediatur.

DEFINITIO. V.

16. *Directio motus* eſt linea recta in qua corpus motum conatur progredi uniformiter, & reipſa progreditur, niſi a cauſis externis impediatur.

PROPOSITIO. I.

17. *Spatia duorum mobilium eadem velocitate aequabiliter progredientium, ſunt temporibus quibus deſcribuntur, proportionalia.*

Cor-

Corpora A, B (*Fig.* 1.) cum eadem velocitate aequabiliter moveantur, & corpus A percurrat ſpatium S tempore T, ac corpus B ſpatium L tempore H: dico, ſpatium S eſſe ad ſpatium L, ut tempus T ad tempus H. Nam mobile idem A, quod tempore T abſolvit ſpatium S, tempore H abſolvat ſpatium R; eritque ſpatium S (6) ad ſpatium R, ut tempus T ad tempus H. Sed quia mobilia A, B cum eadem velocitate aequabiliter progrediuntur, ſpatium R a mobili A tempore H deſcriptum, aequatur (9) ſpatio L, quod tempore eodem H eſt a mobili B percurſum; ergo & ſpatium S erit ad ſpatium L, ut tempus T ad tempus H.

PROPOSITIO II.

18. *Spatia duorum mobilium motu æquabili progredientium, ſunt in ratione compoſita ex ratione celeritatum, & ex ratione temporum.*

Corpora A, B (*Fig.* 2.) aequabiliter moveantur, & corpus A velocitate C latum, percurrat ſpatium S tempore T, atque alterum corpus B velocitate V latum, abſolvat ſpatium L tempore alio H: dico, ſpatium S eſſe ad ſpatium L in ratione compoſita ex ratione velocitatis C ad velocitatem V, & ex ratione temporis T ad tempus H. Sit enim tertium corpus F, quod velocitate V aequabiliter motum, percurrat ſpatium D tempore T. Cum ergo eodem tempore T uniformiter moveantur corpora A, F; ſpatium S erit (12) ad ſpatium D, ut celeritas C ad celeritatem V. Rurſus quia corpora F, B eadem velocitate V uniformiter progrediuntur, ſpatium D erit (17) ad ſpatium L, ut tempus T ad tempus H. Sed ſpatium S eſt ad ſpatium L in ratione compoſita ex ratione ſpatii S ad ſpatium D, & ex ratione ſpatii D ad ſpatium L; ergo etiam ſpatium S erit ad ſpatium L in ratione compoſita ex ratione veloci-

Digitized by Google

locitatis C ad velocitatem V; & ex ratione temporis T ad tempus H.

COROLLARIUM.

19. Si rectis velocitates, & tempora exprimentibus fiant (*Fig.* 3.) rectangula duo CT, VH; haec erunt ut ſpatia S, L. Nam rectangulum CT eſt ad rectangulum VH in ratione compoſita ex ratione C ad V, & ex ratione T ad H. Sed etiam ſpatium S eſt (18) ad ſpatium L in eadem compoſita ratione; ergo rectangulum quoque CT erit ad rectangulum VH, ut ſpatium S ad Spatium L.

PROPOSITIO III.

20. *Tempora duorum corporum motu aequabili progredientium, ſunt in ratione compoſita ex ratione directa ſpatiorum, & ex ratione reciproca celeritatum.*

Corpora A, B (*Fig.* 4.) velocitatibus C, V, temporibus T, H percurrant aequabiliter ſpatia S, L: dico, tempus T eſſe ad tempus H in ratione compoſita ex ratione ſpatii S ad ſpatium L, & ex ratione celeritatis V ad celeritatem C. Factis enim, ut prius (19), binis rectangulis CT, VH, fiat tertium quoque CH, habens pro baſi celeritatem C mobilis A, & pro altitudine tempus H mobilis B; eritque rectangulum primum CT ad tertium CH, ſeu tempus T ad tempus H in ratione compoſita ex ratione primi rectanguli CT ad ſecundum VH, & ex ratione ſecundi VH ad tertium CH. Sed primum CT eſt ad ſecundum VH, ut (19) ſpatium S ad ſpatium L, & ſecundum VH eſt ad tertium CH, ut celeritas V ad celeritatem C; igitur tempus T erit quoque ad tempus H in ratione compoſita ex ratione ſpatii S ad ſpatium L, & ex ratione celeritatis V ad celeritatem C.

PRO-

PROPOSITIO IV.

21. *Celeritates duorum corporum motu aequabili progredientium, ſunt in ratione compoſita ex ratione directa ſpatiorum, & ex ratione reciproca temporum.*

Corpora A, B (*Fig.* 5.) velocitatibus C, V lata, temporibus T, H percurrant aequabiliter ſpatia S, L: dico, celeritatem C eſſe ad celeritatem V in ratione compoſita ex ratione ſpatii S ad ſpatium L, & ex ratione temporis H ad tempus T. Factis enim, ut prius (19), binis rectangulis CT, VH, fiat tertium quoque VT, habens pro baſi velocitatem V mobilis B, & pro altitudine tempus T mobilis A; eritque primum rectangulum CT ad tertium VT, ſive celeritas C ad celeritatem V in ratione compoſita ex ratione primi CT ad ſecundum VH, & ex ratione ſecundi VH ad tertium VT. Sed primum CT eſt (19) ad ſecundum VH, ut ſpatium S ad ſpatium L, & ſecundum VH eſt ad tertium VT, ut tempus H ad tempus T; ergo & velocitas C erit ad velocitatem V in ratione compoſita ex ratione ſpatii S ad ſpatium L, & ex ratione temporis H ad tempus T.

CAPUT II.

De virium natura, earumque variis ſpeciebus.

Definitio VI.

22. Potentia, aut *vis motrix* eſt quaevis cauſa, quae agit ad mutandum in corpore ſtatum quietis, vel motus, ſeu dein mutatio ſequatur, ſive non ſequatur.

Scholium.

23. Dum cauſa quaepiam tranſtulit corpus in ſtatum motus, actionis ejus effectus in eo conſiſtit, quod vim

corpori impertierit actioni motrici aequalem, ita ut corpus motum ſi occurrat alteri quieſcenti, vel ſegnius moto, tanta efficacia in illud agat, quanta fuit actio motrix. Hunc effectum teſtantur omnia experimenta, neque lex a Deo ſtatuta pro motus communicatione, ulli exceptioni obnoxia eſſe poteſt. Hinc cum nomine *vis* utemur, quandoque cauſam, quandoque ejus effectum, ſeu motum impreſſum corpori intelligimus.

DEFINITIO VII.

24. *Vis impreſſa* eſt actio vis motricis in corpus exercita ad mutandum in illo ſtatum quietis, vel motus.

SCHOLIUM.

25. Vis motrix corporis cujuſcunque ab ejus actione diſtingui debet. *Vis* eſt omnis ea efficacia, quae datur in corpore ad agendum; *actio* vero eſt ea pars vis, quam adhibet corpus dum agit. Non enim corpora in effectu aliquo producendo adhibent ſemper vim omnem quam poſſident; ſed eam ſolum, quae neceſſaria eſt ad effectum hujuſmodi producendum. Ita ſi quis per ludum cum puero manus conſerat, vim minimam adhibet; majorem vero, ſi cum homine adulto; maximam demum, ſi cum hoc luctetur. Pariter quando fluidum agit in ſuperficiem planam, eamque movendo urget, illius actio eſt ſolum pars ſeptima ſuae vis, idque inferius (282) oſtendetur. Denique vis qua corpus ad deſcenſum ſollicitatur in plano aliquo inclinato, non eſt aequalis vi integrae gravitatis, qua ipſum urgetur in perpendiculo; ſed ſolummodo ejus parti quae remanet, poſtquam altera a ſuſtinente plano eliſa eſt.

COROLLARIUM.

26. Quare ſi vis adhibeat totam efficaciam quam in ſe habet, tunc vis motrix, vis impreſſa, & actio vis motricis idem ſignificant.

DEFI-

DEFINITIO VIII.

27. Vis quae unico momento in corpus agit, *vis inſtantanea* appellatur; quae vero ſingulis momentis ſemper novis actionibus urget corpus, dicitur *vis acceleratrix*.

DEFINITIO IX.

28. Si ſingulae actiones vis acceleratricis mutuo ſint aequales, vis acceleratrix vocatur *conſtans*; at ſi eae actiones fuerint inaequales, vis acceleratrix dicitur *variabilis*.

DEFINITIO X.

29. *Scala actionum* vis variabilis (*Fig.* 6.) eſt curva HBCG, cujus abſciſſae AD, AE, AF exponunt finita tempora, quibus vis agit; ordinatae vero DB, EC, FG referunt actiones vis variabilis in fine temporum eorundem.

DEFINITIO XI.

30. *Scala velocitatum* (*Fig.* 6.) eſt curva AMVO, cujus abſciſſae AD, AE, AF exponunt finita tempora quibus vis agit; ordinatae vero DM, EV, FO referunt velocitates in fine illorum temporum acquiſitas.

LEMMA.

31. *SI in curva qualibet BCG* (*Fig.* 7. 8.) *ſumatur abſciſſa AE finita, & in ea producta accipiatur Ee infinite parva reſpectu AE, aganturque ex E, & e ordinatæ infinite propinquae EC, ec; hæ proxime æquabuntur.*

Ad punctum C ordinatae EC ducta tangente CI, quae ordinatae alteri *ec* occurret in puncto *c*, agatur *Cr* parallela ipſi AE, & prodibit triangulum *Crc* ſimile IEC; unde *rc* erit ad EC, ut *Cr*, vel *Ee* ad IE. Sed quia eſt *Ee* infinite parva reſpectu AE, erit quoque infinite par-

te parva reſpectu IE; ergo etiam *rc* erit infinite parva reſpectu EC, atque adeo EC, *ec* differunt inter ſe quantitate infinite parva *rc*. Sed recte quae differunt quantitate infinite parva, proxime ſunt aequales; igitur rectae EC, *ec* proxime aequabuntur.

PROPOSITIO V.

32. *VIs variabilis quae tempore finito producit in corpore finitum motum, tempore infinite parvo haberi poterit velut conſtans.*

In ſcala actionum HBCG (*Fig.* 6.) accipiatur tempus AE finitum, & in eo producto ſumatur aliud tempus E*e* infinite parvum reſpectu AE, ordinenturque EC, *ec*, quae (31) proxime aequabuntur. Sed hae referunt (29) actiones vis variabilis ſub initio, & fine temporis infinite parvi E*e*; ergo hae duae actiones proxime aequales erunt, ideoque tempuſculo toto E*e* eadem ſemper actio EC proxime perſeverat, viſque proinde eo tempuſculo haberi (28) poterit velut conſtans.

PROPOSITIO VI.

33. *MOtus utcumque difformis a variabili vi productus, tempore infinite parvo haberi poteſt veluti uniformis.*

In ſcala velocitatum AMVO (*Fig.* 6.) accipiatur tempus AE finitum, & in eo producto ſumatur aliud tempus E*e* infinite parvum reſpectu AE, ordinenturque EV, *eu*, quae pro aequalibus ſumi (31) poterunt. Sed hae exponunt (30) celeritates a mobili acquiſitas ſub initio, & fine temporis infinite parvi E*e*; ergo hae celeritates proxime aequabuntur, ideoque tempuſculo toto E*e* celeritas corporis haberi poteſt

velut

velut invariata; ac proinde etiam motus veluti (10) uniformis.

COROLLARIUM I.

34. Quamvis ergo tempuſculo quovis E*e* celeritas EV revera mutetur quantitate *su*, concipere tamen licet hanc mutationem fieri initio tempuſculi E*e*, perque illud tempuſculum eandem ſemper perſeverare.

COROLLARIUM II.

35. Itaque motus utcumque difformis ſpectari poteſt tamquam ſeries infinita motuum uniformium, qui ſinguli habeantur ſingulis tempuſculis infinite parvis temporis finiti, quo motus durat.

SCHOLIUM I.

36. Excipi tamen debet motus ipſo initio a variabili vi productus, qui haberi nequit veluti uniformis. Sumptis enim initio motus aequalibus tempuſculis infinite parvis AI, I*i*, ductiſque ordinatis IL, *il*, prodibit arcus A*l* infinite parvus, qui poterit accipi velut recta; ideoque A*i* erit ad AI, ut *il* ad IL. Atqui A*i* dupla eſt AI; ergo & velocitas *il* dupla erit velocitatis IL. Cum ergo velocitates IL, *il* haberi nequeant pro aequalibus, neque etiam motus tempuſculo I*i* genitus, cenſendus erit veluti uniformis. Immo cum velocitates IL, *il* ſint ut tempuſcula AI, A*i*, quibus ipſae acquiruntur, motus tempuſculo A*i* productus, eſt reputandus ceu uniformiter acceleratus, uti inferius (108) demonſtrabo.

SCHOLIUM II.

37. Nedum celeritates acquiſitae ipſo initio motus, ſunt ut tempuſcula infinite parva, quibus ipſae acquiruntur; ſed etiam (uti inferius demonſtrabo) ipſae celeritates finitis temporibus acquiſitae, ſunt finitis hiſce

tempo-

temporibus proportionales, ſi modo vis corpus ſollicitans manet eadem, & eandem ſemper retinet directionem, quam habet corporis impulſi motus. In infinite parvis hac reſtrictione opus non eſt; vis enim utcumque variabilis per tempuſculum infinite parvum Ai eadem ſemper (32) manet.

CAPUT III.

De vi inertiæ, & motus quantitate inde orta.

DEFINITIO XII.

38. MAſſa *corporis* eſt ipſa materiae quantitas abſoluta, qua conſtituitur corpus; *Volumen* autem eſt quantitas loci, quem corpus occupat

SCHOLIUM

39. Experientia nos docuit, nullum eſſe corpus, quod non incredibili pororum, ſive exiguorum meatuum in omnem partem apertorum numero ſit pertuſum. Atque hinc fieri neceſſe eſt, ut materiae certa quaedam quantitas per majus ſpatium diffundatur, quam ſi illa interſtitia deeſſent: ob quam rem etiam diſcrimen inter maſſam, & volumen faciendum fuit; adeout ſi pori omnes a corpore excludi poſſent, volumen maſſae aequale foret.

DEFINITIO XIII.

40. Quo volumen propius ad aequalitatem cum maſſa accedit, ſeu quo plus materiae ſub minori volumine continetur, eo *denſius* eſt corpus; & quo minus materiae ſub certo volumine continetur, eo *minus denſum*, ſeu eo *rarius* erit corpus.

PRO-

PROPOSITIO VII.

41. D*atur in quovis corpore* vis inertiae, *ſeu conatus, quo ipſum ſive quieſcat, ſeu moveatur, reſiſtit ſemper mutationi proprii ſtatus.*

Si corpora non reſiſterent mutationi proprii ſtatus, corpus quantumvis magnum e quiete ad motum, vel a motu ad quietem non ſolum facili manu, ſed etiam ſine ullo conatu reduci poſſet; immo quaelibet vis minima etiam poſſet producere, vel extinguere motum quantumvis magnum. Atqui hoc repugnat experientiae; ergo datur in corpore vis inertiae, qua nempe reſiſtit mutationi proprii ſtatus, eaque aeſtimanda eſt ex vi impreſſa, qua opus eſt ad corpus e ſtatu ſuo deturbandum.

SCHOLIUM

42. Non ſemper corpus exerit vim inertiae, ſed tunc ſolum, quando actione alicujus cauſae mutare cogitur proprium ſtatum; & ideo vis inertiae *paſſiva* erit.

COROLLARIUM I.

43. Hinc vis inertiae eadem eſt in corporibus quieſcentibus, atque in iiſdem motis; tam enim reſiſtunt corpora actioni, qua a motu ad quietem reducuntur, quam actioni qua a quiete ad motum concitantur. Et ſane eadem vis impreſſa requiritur ad datum motum in corpore producendum, atque ad eum penitus extinguendum.

COROLLARIUM II.

44. Unde cum duo corpora inaequalibus maſſis praedita, ſunt aequaliter deturbanda e ſuo ſtatu, vires inertiae erunt ut eorum maſſae. Si enim producenda, vel extinguenda ſit eadem velocitas in corpore, cujus

maſſa

Digitized by Google

maſſa eſt duplo, triplo major &c., id fieri non poſſe experimur, ſine vi impreſſa duplo, triplo majori &c.; ideoque vires impreſſae, quae neceſſariae ſunt ad haec corpora aequaliter deturbanda e ſuo ſtatu, ſunt ut eorum maſſae. Sed vires inertiae corporum eorundem ab hiſce impreſſis viribus (41) menſurantur; ergo vires inertiae in hoc caſu erunt, ut maſſae corporum eorundem.

Corollarium III.

45. At quando duo corpora aequalibus maſſis praedita, ſunt inaequaliter deturbanda e ſuo ſtatu, vires inertiae erunt, ut celeritates in illis producendae, vel extinguendae. Si enim in uno illorum ſit producenda, vel extinguenda velocitas duplo, triplo major &c., quam in altero, adhiberi debet vis impreſſa duplo, triplo major &c., quam in altero adhibentur; ideoque vires impreſſae, quae neceſſariae ſunt ad haec duo corpora inaequaliter deturbanda e ſuo ſtatu, ſunt ut celeritates in illis producendae, vel extinguendae. Sed vires inertiae corporum eorundem ab hiſce (41) impreſſis viribus menſurantur; ergo vires inertiae in hoc caſu erunt, ut velocitates producendae, vel extinguendae.

Corollarium IV.

46. Itaque vis inertiae non procedit a corporis gravitate. Nam quando duo corpora habent aequales maſſas, eadem quoque eſt gravitas in utroque; unde eadem quoque eſſet vis inertiae, etiamſi in illis diverſa velocitas producenda eſſet, vel extinguenda. Atqui in his duobus corporibus vis inertiae creſcit, aut diminuitur (45) in ratione velocitatis producendae, vel extinguendae; igitur vis inertiae non procedit a corporis gravitate.

Scholium.

47. Et ſane ſi vis inertiae oriretur a gravitate, corpus

pus reſiſteret ſolum actionibus illarum virium, quae directe agunt contra directionem gravitatis, quod repugnat tamen experientiae. Nam ſi globum incumbentem plano horizontali optime levigato, vel etiam filo ſuſpenſum horizontaliter percutiamus, ſentimus aliquam reſiſtentiam ex vi inertiae globi ortam. Hanc reſiſtentiam pariter experimur, quando globum vi gravitatis ſuae cadentem in perpendiculo, ictu celeri ſuperne manu percutimus, ejuſque deſcenſum acceleramus. Atqui ille motus horizontalis, & hic verticalis impreſſus globo, gravitatis directioni non adverſatur; igitur reſiſtentia, quam ſentimus, non procedit a gravitate.

DEFINITIO XIV.

48. Vis, quam corpus in ſe recepit eo momento, quo ab aliqua cauſa translatum fuit in ſtatum motus, *quantitas motus* dicitur.

COROLLARIUM.

49. Quia vis, quam acquirit corpus translatum a cauſa in ſtatum motus, aequatur (23) actioni ejuſdem cauſae, ſeu (24) vi impreſſae; etiam quantitas motus aequabitur vi impreſſae.

PROPOSITIO VIII.

50. *SI duo corpora A, B (Fig. 9.) uniformiter moveantur, alterum nempe A velocitate C, & alterum B velocitate V; quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B in ratione compoſita ex ratione maſſæ corporis A ad maſſam corporis B, & ex ratione velocitatis C ad velocitatem V.*

Finge alterum corpus F ejuſdem maſſae cum B, moveri uniformiter velocitate C corporis A. Quia inaequales maſſae corporum A, F adeptae ſunt a viribus impreſ-

impreſſis celeritatem eandem C, utique vis impreſſa corpori A erit (44) ad vim impreſſam corpori F; ſeu (49) quantitas motus corporis A ad quantitatem motus corporis F, ut maſſa corporis A ad maſſam corporis F. Rurſus quia aequales maſſae corporum F, B adeptae ſunt a viribus impreſſis inaequales celeritates C, V, utique (45) vis impreſſa corpori F erit ad vim impreſſam corpori B, ſeu quantitas motus corporis F (49) ad quantitatem motus corporis B, ut velocitas C ad velocitatem V. Sed quantitas motus corporis A eſt ad quantitatem motus corporis B in ratione compoſita ex ratione quantitatis motus corporis A ad quantitatem motus corporis F, & ex ratione quantitatis motus corporis F ad quantitatem motus corporis B; ergo etiam quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B in ratione compoſita ex ratione maſſae corporis A ad maſſam corporis B, & ex ratione velocitatis C ad velocitatem V.

PROPOSITIO IX.

51. *SI fiant (Fig. 10.) duo rectangula DC, EV, quorum baſes D, E referant maſſas corporum A, B, altitudines autem C, V exponant celeritates; quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B, ut rectangulum DC ad rectangulum EV.*

Quantitas motus corporis A eſt ad quantitatem motus corporis B in ratione compoſita (50) ex ratione D ad E, & ex ratione C ad V. Sed etiam rectangulum DC eſt ad rectangulum EV in eadem compoſita ratione; ergo & quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B, ut rectangulum DC ad rectangulum EV.

CORO-

Digitized by Google

COROLLARIUM I.

52. Quoniam rectangulum DC eſt ad rectangulum EV, ut factum ex D in C ad factum ex E in V; etiam quantitas motus corporis A erit ad illam corporis B, ut factum ex maſſa corporis A in ejus celeritatem C ad factum ex maſſa corporis B in ſuam celeritatem V; & ideo quando haec facta aequalia erunt, etiam aequabuntur motuum quantitates.

COROLLARIUM II.

53. Quare ſi maſſae corporum A, B ſint reciproce proportionales velocitatibus eorundem, habebunt ipſa aequales motuum quantitates. Nam cum (*ex hyp*) D ſit ad E, ut V ad C, facta ex D in C, ex E in V erunt aequalia inter ſe; & ideo (52) etiam aequabuntur motuum quantitates.

COROLLARIUM III.

54. Patet inde cur veteres ad muros hoſtium diruendos arietibus uterentur, recentiores vero id ferreis globis praeſtent. Quamvis enim arietes velocitate exigua adigerentur, incredibilis tamen erat motus quantitas eorundem, ob maximam qua pollebant, materiae quantitatem. Contra autem hodie ad muros hoſtium diruendos exigui quidem globuli, ſed velocitate maxima a tormento bellico projiciuntur; ut ita exigua eorum maſſa a velocitate maxima compenſetur.

COROLLARIUM IV.

55. Si maſſae corporum A, B (*Fig.* 10.) ſint aequales, & inaequales celeritates; tunc motuum quantitates proportionales erunt celeritatibus. Quippe ob aequales D, E, facta ex D in C, ex E in V erunt inter ſe, ut C ad V.

Corollarium V.

56. Si e converſo ſint aequales mobilium celeritates, & maſſae eorum inaequales; tunc motuum quantitates erunt maſſis proportionales. Nam ob aequales C, V, facta ex D in C, ex E in V erunt inter ſe, ut D ad E.

Corollarium VI.

57. Hinc in machinis illis, in quibus revolutione rotarum pondera elevantur, additur plumbum rotae, ut haec ob auctam maſſam, majorem quoque quantitatem motus acquirat, qua melius ſuperet reſiſtentias aeris, & frictionis, ejuſque idcirco motus diutius conſervetur. Non alia quoque ratione lanifices in nendo imponunt graves turbines verſoriis fuſis, quam ut horum rotationes longiori tempore perſeverent.

CAPUT IV.

De tribus Nevvtonianis legibus motus.

Definitio XV.

58. L*Eges motuum* ſunt illae, quas Deus voluit, ut ſervarent corpora dum moventur. Vocantur quoque *naturae leges*, quod ab Auctore naturae ſtatutae ſint.

Lex I.

59. *OMne corpus perſeverat in ſtatu quieſcendi, vel ſe movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogatur mutare proprium ſtatum.*

Ob vim inertiae qua praeditum (41) corpus eſt, fit, ut dum quieſcit, obſtet vi impreſſae conanti ſibi inducere ſtatum motus, & dum movetur, reſiſtat vi impreſ-

impreſſae conanti ſibi inducere ſtatum quietis; igitur ineſt corpori haec proprietas, ut ſtatum ſuum quietis, vel motus perpetuo tueatur. Quamobrem corpus poſitum in quiete, ſemper quieſcet, donec per cauſam extrinſecus applicatam, determinetur ad ſtatum motus; & ſi moveatur, perpetuo in motu erit, donec a cauſa externa ejus motus ſiſtatur. Ob eandem pariter vim inertiae, corpus ſemel motum debebit ſemper progredi uniformiter, quin unquam celeritatem augeat, minuatve. Etenim corpus motum augere nequit propriam celeritatem, niſi novo urgeatur impulſu, qui cum eo quem prius recepit, conſpiret magis, quam opponatur; neque etiam poteſt minuere propriam celeritatem, niſi novum recipiat impulſum, qui cum priore opponatur magis, quam conſpiret. Atqui novus hic impulſus (*ex hyp*) corpori non accedit; igitur corpus ſemel motum debebit progredi uniformiter, ſeu eandem velocitatem quam initio habuit, conſervare. Denique idem corpus ſemel motum promovebitur in directum; ut enim corpus ſemel motum a coepta via declinet, nova cauſa in illud agere debet juxta aliam directionem, quam tamen cauſam hic ſupponimus non adeſſe.

Scholium.

60. Quod ſi motus corporum projectorum, aut ſuper plana horizontalia incedentium, ſenſim langueſcere, & tandem deſtrui videatur, id eſt unice tribuendum ponderi ipſorum, aeris reſiſtentiae, & aſperitati planorum ſuper quae incedunt, quae omnia motum paulatim minuunt, & extinguunt. Hinc corpora ponderoſiora ſuper glaciem, aliaſque ſuperficies eximie levigatas, ſeu minus ſcabras, & ideo minus motui obſiſtentes, ad quietem ſegnius reducuntur; & planetae omnes in ſpatiis coeleſtibus, ubi ferme nulla eſt medii reſiſtentia, motus ſuos in orbitis quas deſcribunt, diutiſſime retinent, & conſervant.

Corollarium I.

61. Si ergo corpus in curva linea promovetur, duplici vi urgebitur, altera nempe qua progrederetur juxta lineam rectam, altera vero qua in ſingulis punctis curvae a recta linea detorquetur.

Corollarium II.

62. Igitur omne corpus quod in linea curva incedit, in quolibet curvae puncto tendit ad motum continuandum per lineam rectam, quae curvam tangit in illo puncto. Nam corpus quod a cauſis externis coactum fuit (*Fig.* 11.) progredi in curva linea MBL, ſi cum in B pervenerit, cauſae hae externae ſubito ceſſent, tum ea velocitate quam habebat in B, ſecundum directionem quam ipſo tempore liberationis habuit, in recta (59) progredietur. Sed corpus tunc movebatur ſecundum directionem arcus infinite parvi AB, qui poteſt accipi velut recta; ergo aequabiliter progredietur in recta AB producta. Sed recta AB producta contingit curvam in puncto B; ergo progredietur per rectam, quae tangit curvam in puncto B.

Corollarium III.

63. Hinc ratio reddi poteſt, cur ſi vas aqua plenum ſuper tabulam aliquam collocetur, vique ſatis magna poſtea impellatur, aqua in vaſe contenta, ſub initio motus verſus partes motui vaſis contrarias tendere videatur. Cum enim aqua ob vim inertiae perſeverare conetur in ſtatu quietis, vas motum ſuum non ſtatim poteſt aquae communicare, ac proinde ipſa, ut ita dicam, a vaſe derelicta, & revera quieſcens, videbitur tendere verſus partes contrarias motui ipſius vaſis. At poſtquam motus vaſis in aquam etiam translatus fuit, eaque cum vaſe uniformiter progredi ceperit, ſi motus vaſis ſubito cohibeatur, aqua tamen in eodem ſtatu mo-

tu mo-

Digitized by Google

eu motus perſeverare conabitur ex hac Lege, & ideo ſuper vaſis latera elevabitur. Ex hoc principio etiam pendet, quod homines in navi turbulento mari jactata, doloribus aegritudine, atque etiam vomitu afficiantur. Etenim cum liquores in ventriculo, inteſtinis, vaſisque ſanguiferis, caeteriſque canalibus contenti, navis jactationi illico non obediant, turbatur humano in corpore fluidorum omnium motus, graviſſimaque incommoda oriuntur.

LEX II.

64. *Mutatio motus proportionalis eſt vi impreſſae, & fit ſecundum rectam, qua vis illa imprimitur.*

Omnis mutatio motus quae fit in corpore, vel procedere debet ab ipſo corpore, vel ab actione aliqua vis motricis. Atqui ab ipſo corpore non procedit, quod quantum in ſe eſt, conſtanter retinet (41) proprium ſtatum; conſequens ergo eſt, ut unice pendeat ab actione aliqua vis motricis. Conſtat vero, quod ſi vis motrix fuerit inſtantanea, ſeu unico tantum momento temporis agens, tunc mutatio motus aequalis eſt (23) actioni vis motricis, ſeu (24) vi impreſſae. At ſi vis motrix fuerit acceleratrix, & quidem conſtans, quae tempore dato in corpus agat, in hoc caſu mutatio motus aequabitur ſummae omnium aequalium actionum, quas tempore illo vis motrix exerit, ſive aequalis erit uni ejus actioni toties ſumptae, quot ſunt momenta temporis quo vis agit, ſive ejus actioni ductae in illud tempus. Unde ſi duae vires conſtantes diverſis temporibus agant in idem corpus, erit mutatio motus facta a prima vi, ad mutationem motus factam ab altera, ut actio primae vis ductae in tempus quo agit, ad actionem ſecundae vis ductae in tempus quo operatur. Quare ſi equalia ſint tempora quibus hae vires conſtantes

agunt, mutatio motus facta a prima vi, erit ad mutationem motus factam ab altera, ut actio primae vis ad actionem alterius, vel (24) ut vis impreſſa a prima ad vim impreſſam ab altera.

Mutatio autem motus quae fit a vi impreſſa, eſt ſemper ſecundum rectam qua vis ipſa imprimitur, niſi obſtaculum quodpiam adſit. Nam ſicuti vis impreſſa mutat motum in corpore, ita directio vis impreſſae directionem mutationis motus determinat, quae proinde eadem eſſe debet cum directione vis impreſſae; nam nulla ratio eſſe poteſt, cur mutatio motus fiat in directione ab illa vis impreſſae diverſa.

SCHOLIUM I.

65. Quamvis mutatio motus facta in corpore, ſit ſemper proportionalis actioni vis motricis, ſeu vi impreſſae, non inde tamen concludi debet, eam eſſe ſemper proportionalem etiam vi motrici, niſi haec ſupponatur tota ſua efficacia in corpus agere; nam in hoc caſu vis motrix, ejuſdem actio, & vis impreſſa idem (26) ſignificant. Sic acceleratio, ſive mutatio motus gravis libere deſcendentis in recta normali ad horizontem, eſt quidem proportionalis integrae corporis gravitati, quia haec agit tota ſua efficacia ſecundum rectam normalem ad horizontem. Verum ſi grave cadat ſecundum rectam obliquam ad horizontem, veluti accidit quando cadit ſuper planum aliquod inclinatum; tunc acceleratio, ſive mutatio motus non eſt proportionalis integrae corporis gravitati, ſed ſolummodo illi parti, quae in corpus agit ſecundum rectam parallelam eidem plano.

SCHOLIUM II.

66. Porro vis motrix ſive ſit inſtantanea, ſive conſtans, non impendit ſuam integram efficaciam in corpore promovendo, niſi ſecundum rectam qua ipſa agit; igitur

Digitized by Google

igitur illa ſolum mutatio motus eſt vi motrici porportionalis, quae fit in illa recta, qua vis imprimitur.

COROLLARIUM I.

67. Sive ergo vis motrix ſit inſtantanea, ſive conſtans, ejus menſura eſt ſemper quantitas motus, quam ipſa in corpore generat dato tempore juxta rectam, ſecundum quam ipſa imprimitur.

COROLLARIUM II.

68. Menſura itaque vis motricis eſt (52) factum ex maſſa corporis in velocitatem genitam dato tempore juxta rectam, qua vis imprimitur.

COROLLARIUM III.

69. Manente itaque maſſa corporis, vis motricis menſura eſt celeritas (55) genita dato tempore juxta rectam, qua vis imprimitur, vel etiam (11) ſpatium, quod corpus cum ea velocitate aequabiliter motum, abſolveret dato tempore.

LEX III.

70. *Actioni aequalis, & contraria eſt reactio, ſeu per actionem, & reactionem aequales motus mutationes in corporibus in ſe invicem agentibus producuntur, quae mutationes in partes contrarias diriguntur.*

Dum corpus unum in aliud agit, motuſque aliquam quantitatem in eo gignit, hoc ne proprium ſtatum mutet, reſiſtit (41) actioni illius, & hujuſmodi reſiſtentia *reactio* dicitur, eſtque ſemper aequalis, & contraria actioni. Nam ſi corpus motum occurrat alteri quieſcenti, aut ſegnius moto, quidquid motus imprimitur patienti, tantum ſubtrahitur ab agente. Atqui mutatio motus in corpore patiente oritur ab actione corporis

agentis, & mutatio motus in corpore agente procedit a reactione corporis patientis; ergo per actionem, & reactionem aequales motus mutationes in utroque corpore producuntur, & ideo etiam reactio aequabitur actioni. Atqui mutatio motus in corpore patiente fit juxta directionem corporis agentis, & mutatio motus in corpore agente fit contra directionem corporis agentis; igitur motus mutationes quae in utroque corpore fiunt, in contrarias partes diriguntur; ideoque etiam actio, & reactio, quae illas gignunt, ſunt contrariae inter ſe.

SCHOLIUM.

71. Falſo aliqui opinantur, ex aequalitate actionis, & reactionis nullum motum oriri poſſe. Quippe ut ſit aequilibrium inter duo corpora quae in ſe agunt, nedum requiritur, ut eorum actiones inter ſe aequentur, ſed etiam ut vires ab illis adhibitae, ſint aequales; in hoc enim caſu cum integrae ipſorum vires agant, eaeque aequales ſint, & contrariae, mutuo ſe ſe elident, nullusque propterea fiet motus. Sic dum vis equi, qui nititur currum trahere, aequalis eſt reſiſtentiae ejuſdem currus, quieſcere debent ambo, quia nedum actiones, ſed etiam vires amborum corporum ſunt aequales. At ſi vis equi ſuperet reſiſtentiam ipſius currus, utique equus movebit currum, quamvis actiones mutuae adhuc aequales ſint. Nam promotio currus eſt effectus actionis equi, & retardatio motus equi eſt effectus reactionis currus. Sed tantum motus amittit equus, quantum acquirit currus; ergo etiam dum equus promovet ipſum currum, reactio aequalis eſt actioni, & ita motus cum aequalitate actionis, & reactionis etiam jungi poteſt.

COROLLARIUM.

72. Hinc novimus qua ratione navigia aguntur remis, animalia natant, aveſque in aere promoventur. Nam

Nam dum navigium agitur remis, aqua per remorum palmulas retro pulſa, in remos reagit, eoſque cum navigio cui affixi ſunt, verſus partem contrariam pellit, & hac vi navigium promovetur. Aqua nempe reactione ſua tantum motus navigio imprimit, quantum ipſa remorum vi accepit; atque hinc intelligimus, eo velocius navigium progredi, quo ſunt plures remorum palmulae, & quo intra aquam velocius agitantur. Similiter cum nihil aliud ſit natatio, quam manuum, pedumque remigium, facile innoteſcit, cur intra aquam animalia natando promoveantur; dum ſcilicet per manuum, pedumque palmas aqua retrorſum pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes pellit. Eodem artificio utuntur piſces, qui pro varia motus directione aquam repetitis, variiſque caudae ictibus feriunt. Idem etiam de volatu avium eſt dicendum; dum enim aves alarum impetu aerem deorſum verberant, aer viciſſim ſurſum ſublevat alas avium; & ſi aves pellant aerem verſus ortum, reactio contraria aeris debet aves impellere in occaſum.

CAPUT V.

De motu ſimplici, & compoſito; deque aequilibrio trium virium agentium ſimul in idem corpus.

Definitio XVI.

73. *Motus ſimplex* eſt ille, qui reipſa imprimitur, vel imprimi cenſetur a cauſa, ſeu vi motrice unico temporis momento corpori applicata, ut propterea corpus in linea recta equabiliter ferri (59) debeat.

Scholium.

74. In ſequentibus tamen clarum fiet, motum ſimplicem nullum eſſe, qui non ſpectari poſſit velut compoſi-

poſitus; & ex adverſo nullum eſſe motum rectilineum uniformem ita compoſitum, ut non liceat eum ſpectare tanquam qui ſimplici actione unius tantummodo vis ſit effectus.

DEFINITIO XVII.

75. *Motus compoſitus* ille eſt, qui junctis pluribus viribus eodem tempore in idem corpus agentibus generatur.

SCHOLIUM

76. Vires agentes in idem corpus, exprimi ſolent rectis, quae ſuo ſitu directionem, & ſua magnitudine quantitatem abſolutam earundem virium repraeſentant.

AXIOMA I.

77. Corpus inſtar puncti conſideratum erit in aequilibrio, ſi duae vires directe oppoſitae, & aequales ſimul in illud agant.

SCHOLIUM.

78. Ita ſi duae aequales vires AL, AB (*Fig.* 12.) agant ſimul in corpus A ſecundum directiones tendentes ab A verſus L, & B; debebit quieſcere corpus A. Nulla enim ratio eſſe poteſt, cur potius huc, quam illuc moveri debeat.

AXIOMA II.

79. Si duae vires juxta eandem directionem ſimul agant in idem corpus; hoc movebitur vi aequali earum ſummae, & quidem ſecundum eandem directionem.

SCHOLIUM.

80. Ita ſi duae vires AS, AB (*Fig.* 12.) agant ſimul in corpus A ſecundum directionem tendentem ab A verſus B; tunc ſic producta AB in R, ut ſit BR ipſi AS aequalis, corpus ab A verſus B movebitur vi AR aequali ſummae virium AS, AB. CORO-

COROLLARIUM.

81. Hinc ſi e navi abrepta celeri aquae curſu, lapis ſecundum eandem directionem projiciatur in aliquod fixum corpus, veluti in jugum pontis, infra quem mox ſubitura eſt; eo fortior erit ictus, quo velocius fertur navis, & quo validior jactus eſt. Lapis enim eodem tempore duplici vi urgetur, altera a navi eidem communicata, altera a manu projicientis, utraque vero agit juxta eandem directionem; unde (79) idem in lapide erit motus, qui produceretur a vi aequali ipſarum ſummae.

AXIOMA III.

82. Si duarum virium juxta oppoſitas directiones agentium in idem corpus, una ſit fortior altera; tunc corpus movebitur vi aequali earundem virium differentiae, & quidem juxta vis fortioris directionem.

SCHOLIUM

83. Ita ſi duae vires AO, AR (*Fig.* 12.) ſimul agant in corpus A ſecundum directiones tendentes ab A verſus O, & R; tunc ſumptis RB, AS aequalibus ipſi AO, corpus movebitur vi AB, quae eſt differentia virium AO, AR. Nam vis AR aequatur (80) ſummae virium AB, AS: ſed vis AS eliditur (77) a vi contraria, & aequali AO; ergo corpus movebitur vi AB ſecundum directionem tendentem ab A verſus R.

COROLLARIUM

84. Hinc ſi e navi pontem mox praetergreſſa, contra ejus directionem projiciatur lapis in jugum pontis; ictus eo minor erit, quo velocius fertur navis. Nam lapis ille duplici vi urgetur, altera nempe ipſi a navi communicata, & altera projectionis, ambae autem in lapidem agunt juxta oppoſitas directiones; unde idem in lapide erit motus, qui produceretur a vi aequali illarum virium differentiae.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO X.

85. *SI binae vires P, p (Fig. 13.) ſimul agant in corpus A ſecundum directiones AB, AC quemvis angulum comprehendentes; corpus motu compoſito deſcribet viam AF, mediam nimirum inter AB, & AC.*

Si ſola vis P impelleret corpus A, hoc (64) pergeret per AB. Eadem ratione tenderet per AC, ſi in ipſum ageret vis ſola *p*. Sed ambae vires P, *p* ſimul agunt in corpus A; ergo ut hoc utrique virium obſecundet, ferri debet nec per AB, nec per AC, ſed per aliam viam AF, quae ſit media inter AB, & AC.

COROLLARIUM I.

86. Si vires P, *p* fuerint inſtantaneae, hoc eſt ſi motus per rectas AB, AC fuerint (59) uniformes, via media AF linea recta erit. Cum enim vires P, *p* unico temporis momento in corpus agant, hoc eandem ſemper directionem quam initio habuit, (59) retinebit, & ideo media via AF quam percurrit, linea recta erit.

COROLLARIUM II.

87. Quin etiam in hoc caſu corpus movebitur uniformiter in recta AF. Nam praeter vires P, *p* quae unico temporis momento in corpus agunt, nulla alia corpori vis accedit, quae proſit ejus motui, aut officiat; ideoque (59) movebitur aequabiliter per AF.

SCHOLIUM.

88. Motus compoſiti exemplum praebet cymba profluente amne delata. Si quis enim e cymba abrepta celeri aquae curſu, velit in littus proximum deſilire, nunquam perveniet ad eum littoris locum, quem ſibi propoſuit attingendum. Nam homo ille duplici vi urgetur,

getur, altera quam illi communicat motus navis, & altera projectionis; quapropter motu compoſito ex utraque, per viam mediam ad littus proximum deferetur. Eandem ob cauſam ſi quis praecipiti curru advectus, proripiat ſe in terram, rotis ipſis facile imminebit, & opprimetur, niſi impetus hominis deſilientis fuerit ſatis magnus, & directio motus currus a directione ſaltus plurimum declinaverit.

PROPOSITIO XI.

89. *SI duae vires P, p (Fig. 14) ſimul agant in corpus A ſecundum directiones AE, AH quemvis angulum comprehendentes: tales autem ſint illae vires, ut agente vi ſola P, corpus veniret ex A in B tempore illo, quo ſola vi p urgente veniret ex A in C; completo parallelogrammo CABF, corpus viribus biſce junctis poſt idem tempus veniet per viam mediam ex A in F.*

Quoniam vis *p* agit in corpus A ſecundum rectam AH parallelam ipſi BF, haec vis (64) imprimet illi ſolum celeritatem ſecundum rectam AH parallellam ipſi BF; & ideo non mutabit celeritatem ab alia vi P corpori A impreſſam, qua nempe accedit ad lineam illam BF. Itaque corpus A ex impulſu potentiae P eodem tempore ad lineam BF accedet, ſeu dein ipſi imprimatur ſimul vis alia *p*, ſeu non imprimatur; conſequenter tempore illo elapſo, alicubi eſſe debet in linea recta BF. Similiter idem corpus ex impulſu alterius potentiae *p* poſt idem tempus alicubi eſſe debet in linea recta CF parallela ipſi AB; igitur corpus A tempore hoc elapſo erit in puncto F, quod eſt commune rectis BF, CF, atque adeo corpus incedens (85) per viam mediam, perveniet ex A in F tempore eodem, quo ſola vi P impulſum veniret ex A in B, vel ſola vi *p* ſollicitatum veniret ex A in C.

Coro-

Digitized by Google

COROLLARIUM I.

90. Si binae vires P, *p* fuerint inſtantaneae, ſeu (59) ſi motus per rectas AE, AH fuerint uniformes, tunc via media AF erit (86) linea recta, & motus per illam (87) uniformis; unde ſi corpus A vi ſola P impulſum, uniformi cum motu poſt tempus datum veniret ex A in B, & vi ſola *p* ſollicitatum, poſt idem tempus uniformiter transferretur ex A in C; completo parallelogrammo CABF, corpus vi utraque ſollicitatum, eodem tempore aequabiliter transferretur per diagonalem ex A in F.

COROLLARIUM II.

91. Quia vires inſtantaneae P, *p* ſunt hujuſmodi, ut corpus ex A in B ab altera, ab altera vero ex A in C eodem tempore motu aequabili transferatur; erit vis P ad vim *p*, ut ſpatium AB (69) ad ſpatium AC; & ideo hae vires exponi poſſunt per rectas AB, AC.

COROLLARIUM III.

92. Hinc per diagonalem AF exhiberi poterit vis, qua corpus A veniret eodem tempore ex A in F, quo per actionem vis P venit in B, vel per actionem vis *p* venit in C. Nam vis P qua corpus ex A venit in B, eſt ad vim qua veniret eodem tempore ex A in F, ut (69) ſpatium AB ad ſpatium AF. Atqui vis P qua corpus ex A venit in B, exponi (91) poteſt per rectam AB; ergo & vis qua corpus A eodem tempore veniret ex A in F, poterit exhiberi per rectam AF.

COROLLARIUM IV.

93. Quare vis per AF repraeſentata eundem (90) effectum praeſtat, quem binae P, *p* agentes ſimul in corpus A, & expoſitae (91) per rectas AB, AC; unde etiam licebit ſolam vim AF pro binis AB, AC ſimul agenti-

gentibus ſubſtituere, & viciſſim pro vi AF ſubſtituere binas AB, AC.

DEFINITIO XVIII.

94. Si vis AF ſpectetur velut orta e binis AB, AC, dicitur *vis compoſita* e viribus AB, AC; at ſi vi AF ſubſtituantur binae aequivalentes AB, AC, ea dicitur *reſolvi* in duas AB, AC.

COROLLARIUM.

95. Summa virium duarum quae junctae gignunt compoſitam, ſemper major eſt quam compoſita; & ex adverſo vis compoſita ſemper eſt minor ſumma virium, ex quibus componitur. Nam in triangulo ABF baſis AF referens (92) vim compoſitam, ſemper eſt minor ſumma laterum AB, BF, ſive AB, AC, quae (91) componentes exponunt vires. Ex quo colligi poteſt, non ideo poſſe binis viribus AB, AC ſubſtitui unam AF, quod haec illis aequalis ſit; ſed propterea quod binae illae nil plus effectus praeſtent actione conjuncta transferendo corpus ex A in F, quam unica vis AF, quemadmodum praemiſſo ſequenti lemmate, demonſtrabimus.

LEMMA.

96. *SI in quovis parallelogrammo ABFC* (*Fig. 15.*) *ex oppoſitis angulis B, C demittantur ad diagonalem AF perpendiculares BD, CE; non ſolum hae aequabuntur, ſed etiam ſumma rectarum AD, AE aequalis erit diagonali AF.*

Quia ſunt parallelae AC, BF, angulus CAE aequabitur BFD. Sed etiam rectus angulus AEC aequalis eſt recto alteri BDF; igitur triangulum AEC erit ſimile BDF, & CE erit ad BD, ut AE ad DF, & ut AC

ad BF.

ad BF. Sunt vero aequales AC, BF; ergo aequantur quoque tum rectae CE, BD, tum etiam AE, DF, quibus ſi addatur utrinque AD, habebitur ſumma rectarum AD, AE aequalis ſummae aliarum AD, DF, ſeu diagonali AF.

PROPOSITIO XII.

97. *Explicare (Fig. 16.) cur vires laterales AB, AC quarum ſumma excedit conpoſitam vim AF, nil plus effectus praeſtent actione conjuncta transferendo corpus ex A in F, quam unica vis AF.*

In parallelogrammo ABFC demiſſis ex B, & C ad diagonalem AF perpendicularibus BD, CE, compleantur rectangula AHBD, AOCE, eruntque AH, AO aequales ipſis DB, EC. Sunt (96) autem aequales DB, EC; ergo aequabuntur etiam AH, AO. Jam vero (94) conſtat, vim AB reſolvi poſſe in duas AH, AD, quae ſimul agunt in corpus A, effectu manente eodem, quem vis AB edit. Conſtat pariter vim AC reſolvi poſſe in duas AO, AE. Atqui his quatuor viribus durante motu in corpus agentibus, fit, ut per binas AH, AO directe oppoſitas, & aequales, corpus (77) nec ſupra rectam AF aſcendere, nec infra eam deſcendere poſſit, ſed in eadem perpetuo retineatur; ergo per ſolas vires AD AE, quae illi motum ab A verſus F impertiuntur, progredi poteſt, atque adeo actiones virium AB, AC quibus corpus A impellitur verſus F, exacte repraeſentantur per rectas AD, AE, ſicuti & actio vis AF exponitur (92) per rectam AF. Sed ſumma rectarum AD, AE aequatur ipſi AF (96); ergo licet ſumma virium AB, AC vim AF excedat, nequit tamen effectus earundem conjunctim agentium ſuperare effectum a ſola vi AF praeſtitum.

SCHO-

SCHOLIUM I.

98. Obliquitas directionum virium P, p, ſive AB, AC in cauſa eſt, cur earum aequales partes AH, AO mutuo elidantur, dum corpus A pellitur ex A in F. Hae autem aequales amiſſae partes eò majores ſunt, quo major eſt angulus BAC. Quippe ſi hic angulus BAC infinite obtuſus eſſet, tunc directiones virium AB, AC forent contrariae inter ſe; unde vis minor a majore elideretur, & corpus virium differentia (82) impelleretur juxta fortioris directionem. Contra ſi angulus BAC infinite acutus eſſet, tunc directiones virium AB, AC eſſent verſus eandem plagam, & corpus vi aequali ipſarum ſummae impelleretur (79) ſecundum eandem directionem.

SCHOLIUM II.

99. Rectae AB, AC referunt (69) quantitates abſolutas virium P, p, quia ſi hae agerent ſeparatim, aequalibus temporibus transferrent corpus per ſpatia AB, AC; at rectae AD, AE exponunt ſolum quantitates relativas virium P, p, ſive illarum partes, quibus reipſa corpus A verſus F urgent.

DEFINITIO XIX.

100. Si tres potentiae P, p, R (*Fig.* 17. 18.) ita trahant corpus A ſecundum directiones AP, Ap, AR, ut quaevis illarum, veluti R, elidat effectum omnem reliquarum P, p; tunc tres potentiae dicuntur eſſe *in aequilibrio*.

PROPOSITIO XIII.

101. *SI tres potentiae P, p, R (Fig. 17. 18.) quarum directiones, & quantitates abſolutas exponunt rectae AC, AB, AD, ſimul agant in corpus A,*

 & ſint

& ſint praeterea in aequilibrio inter ſe ; facto ſuper duarum directiones parallelogrammo CABF , & ducta diagonali AF , erunt AF , AD in directum poſitae , & aequales.

Quia ſupponitur aequilibrium inter potentias P, *p*, R, una illarum R, ſive AD elidere debet (100) effectum aliarum P, *p*, ſive AC, AB. Atqui binae potentiae ſimul AC, AB eundem effectum edunt (93) quem praeſtat ſola potentia AF; ergo & potentia AD effectum tollet potentiae AF. Atqui contingere id non poteſt, niſi potentiae AD, AF ſint (76) in directum poſitae, & aequales; ergo etiam rectae AD, AF ſunt in directum poſitae, & aequales.

COROLLARIUM.

102. Manente igitur aequilibrio inter três potentias P, *p*, R, binae illarum P, *p* exponi poſſunt per latera, & tertia R per diagonalem parallelogrammi conſtructi ſuper priorum directiones.

PROPOSITIO XIV.

103. *SI tres potentiae P, p, R (Fig. 17. 18.) ſimul agentes in corpus A, ſint in aequilibrio inter ſe, & ex aliquo puncto F ſumpto in directione unius potentiae R, demittantur perpendiculares FV, FS ad directiones aliarum; erunt reliquae duae potentiae inter ſe reciproce, ut hae perpendiculares in earum directiones demiſſae.*

Ductis FB, FC, quarum altera ſit parallela ad directionem potentiae P, altera ad directionem potentiae *p*, liquet, has potentias P, *p* exponi (102) poſſe per latera AC, AB, & tertiam R per diagonalem AF parallelogrammi CABF, in quo triangulum CAF aequale eſt alteri AFB. Atqui triangula aequalia reciprocant baſes,

& al-

Digitized by Google

& altitudines; ergo AC erit ad AB, ut FS ad FV. Vidimus autem potentiam P eſſe ad potentiam p, ut AC ad AB; igitur etiam erit, ut FS ad FV.

COROLLARIUM.

104. Quando igitur tres potentiae P, p, R ſunt in aequilibrio, tunc ſi ex aliquo puncto F ſumpto in directione unius potentiae R, demittantur perpendiculares FV, FS ad directiones aliarum P, p; factum ex potentia P in FV aequabitur ſemper facto ex potentia p in FS.

CAPUT VI.

De motu accelerato, & retardato.

DEFINITIO XX.

105. MOtus eſt *acceleratus*, ſi temporibus aequalibus ſpatia ſemper percurrantur majora, ſive ſi corporis celeritas ſemper creſcat; at motus eſt *retardatus*, ſi ſpatia quae aequalibus temporibus deſcribuntur, perpetuo fiant minora, aut corporis velocitas ſemper minuatur.

DEFINITIO XXI.

106. Motus eſt *uniformiter acceleratus*, ſi mobile aequalibus temporibus aequales acquirat gradus celeritatis; eſt autem *uniformiter retardatus*, ſi mobile aequalibus temporibus aequales amittat gradus celeritatis.

PROPOSITIO XV.

107. *SI corpus quieſcens vi conſtanti aliqua urgeatur, & quidem ſemper ſecundum eandem directionem; illius motus erit uniformiter acceleratus. At ſi corpus jam motum vi coſtanti aliqua urgeatur, & quidem*

Digitized by Google

quidem ſemper ſecundum directionem quae directioni motus corporis adverſatur; ejuſdem motus erit uniformiter retardatus.

I. Tempus quo vis conſtans in corpus agit, diviſum intelligatur in partes infinite parvas, ſive in momenta aequalia. Hoc facto, ſi actio vis ceſſaret poſt primum temporis momentum, quo ea urgente incepit motus, corpus (59) moveri pergeret uniformiter cum eo gradu celeritatis, quem primo illo momento temporis acquiſivit. At quia eadem vis ſecundo quoque momento nova actione, & quidem priori aequali denuo urget corpus, hoc novum acquiret gradum celeritatis priori aequalem; unde poſt duo momenta duos habebit gradus celeritatis. Rurſus ſi tempore hoc elapſo, actio vis ceſſaret, corpus in eadem recta uniformiter progrederetur cum duobus gradibus celeritatis hactenus acquiſitis; quia vero & tertio momento temporis eadem actione vis ſollicitatur, alium quoque acquiret gradum celeritatis, utrivis priorum aequalem, ſicque poſt tria momenta habebit corpus tres gradus celeritatis; & ſic deinceps. Itaque corpus aequalibus temporibus aequales acquiret gradus celeritatis, atque adeo ejus motus eſt (106) uniformiter acceleratus.

II. Simili modo conſtat, motum uniformiter retardari, ſi directio vis agentis directioni motus corporis adverſetur. Nam cum vis conſtans ſingulis momentis urgeat ſemper corpus novis, aequalibuſque actionibus, & motui ſuo directe oppoſitis, utique ſingulis momentis ab illo detrahet aequales gradus celeritatis, & ideo ejus motus erit (106) uniformiter retardatus.

COROLLARIUM I.

108. Hinc ſi fuerit motus uniformiter acceleratus, numerus graduum celeritatis ſingulis momentis acquiſitorum, erit ut numerus momentorum temporis; conſequen-

ſequenter acquiſitae celeritates erunt ut tempora ab initio motus computata.

COROLLARIUM II.

109. Quare ſi tempora ab initio motus computata, ſint ut ſeries numerorum naturalium 1, 2, 3, 4, 5 &c., etiam celeritates in fine illorum temporum acquiſitae, erunt ut ſeries numerorum naturalium 1, 2, 3, 4, 5 &c.

COROLLARIUM III.

110. Quia in omni difformi motu celeritates a mobili acquiſitae ipſo initio motus, ſunt (36) ut tempuſcula ab initio computata, quibus ipſae acquiruntur; patet, quod omnis motus utcunque acceleratus, ipſo initio per tempus infiniteſimum ſpectari poteſt veluti uniformiter acceleratus.

PROPOSITIO XVI.

111. *SI aliqua vis conſtans agat in idem corpus, ſcala velocitatum erit linea recta; at ſi vis fuerit variabilis, ſcala velocitatum erit linea curva.*

I. Rectae AD, AG (*Fig.* 19.) referant tempora quibus vis conſtans in corpus agit, & illis perpendiculares DL, GP exponant celeritates in fine eorundem temporum acquiſitas: dico, puncta A, L, P eſſe in linea recta. Jungantur enim AL, AP. Quia vis conſtans in corpus agit, hujus motus erit (107) uniformiter acceleratus; conſequenter celeritates erunt (108) ut tempora quibus acquiruntur, ſeu DL erit ad GP, ut AD ad AG. Sed rectus quoque angulus ADL aequalis eſt recto alteri AGP; ergo triangulum ADL erit ſimile AGP, & angulus DAL aequabitur GAP. Sed eorum latera AD, AG cadunt in eandem rectam AG; ergo & reliqua latera AL, AP cadent in eandem rectam AP, hoc eſt puncta A, L, P erunt in eadem recta.

C 3 II. Re-

Digitized by Google

II. Rectae AD, AG (*Fig.* 20.) referant tempora quibus vis variabilis in corpus agit, & rectae DL, GP illis normales, exponant celeritates in fine illorum temporum acquiſitas, junganturque AL, AP. Quia vis variabilis in corpus agit, hujus motus non erit (107) uniformiter acceleratus; unde velocitates ab illo acquiſitae, non erunt ut tempora quibus adeptae ſunt, ſeu DL non erit ad GP, ut AD ad AG. Sed rectus angulus ADL aequalis eſt recto alteri AGP; ergo triangulum ADL non erit ſimile AGP, nec proinde angulus DAL aequalis alteri GAP. Sed latera eorum AD, AG cadunt in eandem rectam AG; ergo reliqua latera AL, AP in diverſis rectis eſſe debent, atque adeo puncta A, L, P in linea curva erunt, cujus natura ex lege determinabitur, juxta quam velocitas augetur.

LEMMA.

112. *SI in axe AO (Fig. 21.) curvae cujuſlibet ASR accipiatur FG infinite parva reſpectu abſciſſae AF, & ductis ordinatis infinite propinquis FS, GP, compleantur rectangula GFLP, GFST; haec proxime aequabuntur, ſeu pro aequalibus ſumi queunt.*

Quia ordinatae GP, FS infinite propinquae ſunt, ipſae pro aequalibus (31) ſumi queunt. Sed GT eſt ipſi FS aequalis; ergo & rectae GP, GT pro aequalibus ſumi poſſunt. Sed rectangulum GFLP eſt ad rectangulum GFST, ut GP ad GT; ergo haec quoque rectangula poſſunt pro aequalibus uſurpari.

COROLLARIUM. I.

113. Quia rectangula GFLP, GFST plus differunt inter ſe, quam a trapezio GFSP; liquet, quod ſi illa quo aequalibus (112) ſumi queunt, multo magis alterutrum eorundem poterit accipi ut aequale eidem trapezio GFSP.

SCHOLIUM

114. Quod fuit hactenus demonſtratum in curva linea ASR, patet etiam habere locum in triangulo rectangulo HOV, cui proinde tam circumſcriptum rectangulum GFLP, quam inſcriptum GFST poterit accipi ut aequale trapezio GFSP.

PROPOSITIO XVII.

115. *Si corpus urgeatur vi qualibet conſtanti, aut variabili; ſpatium a mobili finito aliquo tempore abſolutum, erit ut area ſcalae velocitatum, eidem tempori correſpondens.*

In Scala velocitatum ALP (*Fig.* 22. 23.) exponat abſciſſa AG finitum tempus, quo vis conſtans, aut variabilis in corpus agit, ordinata autem GP referat velocitatem in fine illius temporis acquiſitam: dico, ſpatium tempore AG percurſum, eſſe ut correſpondentem aream AGP. Sumpta enim GF infinite parva reſpectu abſciſſae AG, quae erit etiam infinite parva reſpectu abſciſſae AF, agatur ordinata FN infinite propinqua ipſi GP. Quia rectarum AF, FN altera exponit finitum tempus, altera finitam velocitatem eodem tempore acquiſitam, utique tempore infinite parvo FG, quod ad tempus AF ſequitur immediate, velocitas mobilis poterit (33) accipi velut conſtans, qualis nempe in fine temporis AF fuerat; ideoque ſpatium hoc tempuſculo a mobili abſolutum, erit (19) ut rectangulum FGCN, aut (113) ut trapezium FGPN. Eadem ratione ſumptis FE, ED aequalibus ipſi FG, ductiſque ordinatis EM, DL, ſpatium tempuſculo EF deſcriptum, erit ut trapezium EFNM, & ſpatium tempuſculo ED confectum, erit ut trapezium DEML, & ſic deinceps; igitur ſpatium tempore finito AG deſcriptum, erit ut ſumma omnium trapezio-

rum correſpondentium ſingulis infiniteſimis partibus abſciſſæ AG. Sed ſumma horum omnium trapeziorum componit aream AGP; ergo & ſpatium tempore finito AG percurſum, erit ut area AGP.

COROLLARIUM

116. Completo rectangulo AGPQ, area AGP erit ad rectangulum AGPQ, ut ſpatium quod corpus vi quavis ſollicitatum, motu accelerato deſcribit tempore AG, ad ſpatium quod eodem tempore motu aequabili deſcriberet cum velocitate GP ultimo acquiſita. Nam ſpatium motu accelerato percurſum tempore AG, eſt ut area (115) AGP; ſpatium vero motu aequabili, cum velocitate GP eodem tempore abſolutum, eſt (19) ut rectangulum AGPQ; igitur primum ſpatium ad aliud erit, ut area AGP ad rectangulum AGPQ.

PROPOSITIO XVIII.

117. *SI vis corpus ſollicitans conſtans ſit, ſeu ſi fuerit motus uniformiter acceleratus; ſpatia a principio motus uſque ad finem partium aequalium, & finitarum temporis computata, erunt inter ſe ut quadrata temporum, vel ut quadrata celeritatum.*

Quoniam (*Fig.* 22.) vis corpus ſollicitans (*ex hyp*) conſtans eſt, ſcala velocitatum erit linea (111) recta AP, & ejuſdem area AGP triangularis; igitur ſpatium tempore AD percurſum, erit (115) ad ſpatium tempore alio AG confectum, ut area trianguli ADL ad aream trianguli AGP. Sed area trianguli ADL eſt ad aream trianguli ſibi ſimilis AGP, ut quadratum AD ad quadratum AG, vel ut quadratum DL ad quadratum GP; ergo & ſpatium tempore AD percurſum, erit ad ſpatium deſcriptum tempore AG, ut quadratum temporis AD ad quadratum temporis AG, vel ut quadratum celeritatis DL ad quadratum celeritatis GP.

CORO-

COROLLARIUM I.

118. Quoniam omnis motus vi qualibet genitus, & utcunque acceleratus, ipſo initio per tempus infiniteſimum ſpectari poteſt (110) veluti uniformiter acceleratus; utique ſpatiola deſcripta, erunt ut quadrata tempuſculorum quibus percurruntur, vel ut quadrata velocitatum illis tempuſculis acquiſitarum.

COROLLARIUM II.

119. Hinc ſi ſpatia motu uniformiter accelerato deſcripta, computentur a principio motus uſque ad finem partium aequalium, & finitarum temporis, ea inter ſe erunt, ut ſeries quadratorum (109) numerorum naturalium, nempe ut ſeries 1, 4, 9, 16, 25 &c.

COROLLARIUM III.

120. Spatia vero quae temporibus finitis, & aequalibus ſeorſim ſumptis, exempli cauſa ſingulis minutis ſecundis percurruntur, ſunt ut ſeries naturalis numerorum imparium 1, 3, 5, 7 &c. Nam ſpatium (119) quod a motus initio uſque ad finem primi intervalli temporis percurritur, eſt ut 1, & quod conficitur uſque ad finem ſecundi temporis, eſt ut 4; igitur ſpatium ſecundo tempore abſolutum, erit ut 4 dempto 1, ſive ut 3. Rurſus ſpatium percurſum a motus initio uſque ad finem temporis ſecundi, eſt ut 4, & quod elapſo tempore tertio abſolvitur, eſt ut 9; igitur ſpatium tertio tempore abſolutum, erit ut 9 dempto 4, ſive ut 5, & ſic ſemper.

COROLLARIUM IV.

121. Contra in motu uniformiter retardato ſpatia quae temporibus finitis, & aequalibus, exempli cauſa ſingulis minutis ſecundis a mobili percurruntur, inter ſe erunt ut ſeries naturalis numerorum imparium retrogrado ordine progredientium,

PRO-

Digitized by Google

CAPUT VII.

De naturali gravium motu.

Definitio XXII.

125. Gravitas acceleratrix (quaecunque ſit ejus cauſa) eſt vis, qua ſingulae moleculae, vel aequales materiae particulae, ex quibus corpus componitur, quovis momento urgentur verſus telluris centrum.

Definitio XXIII.

126. *Gravitas motrix*, vel *pondus corporis* eſt ſumma gravitatum acceleratricum omnium ejus particularum, quam ſubſtinet tabula, cui incumbit corpus, vel manus in aere illud retinens.

Scholium.

127. Sicuti ergo ſumma omnium aequalium particularum materiae conſtituit totam corporis maſſam, ita ſumma gravitatum acceleratricum omnium ejus particularum conſtituit totam corporis gravitatem, ſeu ejus gravitatem motricem, aut pondus.

Corollarium I.

128. Gravitas ergo motrix, vel pondus corporis cujuſcunque nil aliud eſt, quam ipſa gravitas acceletrix toties ſumpta, quot ſunt aequales materiae particulae in eodem corpore, ſeu gravitas acceleratrix ducta in maſſam.

Corollarium II.

129. Si itaque maſſae duorum corporum ſint aequales; eorum pondera, ſeu gravitates motrices erunt, ut gravitates acceleratrices.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

130. *Gravitas motrix corporis cujuſcunque in diſtantiis non nimis magnis a ſuperficie terrae, ſive in iis locis in quibus experimenta capere licet, habenda eſt veluti conſtans.*

Compertum eſt experientia, pondus corporis eſſe idem, ſive in altiſſimi montis vertice, ſive in ejus radice: atqui ex pondere innoteſcit (126) gravitas motrix corporis; ergo & gravitas motrix corporis cujuſcunque eadem erit in montis ejuſdem vertice, atque in ejus radice, ac proinde in utroque loco haberi poterit velut conſtans. Neque obſtat hypotheſis Newtoniana qua oſtenditur, gravitatem acceleratricem, atque adeo (129) & motricem in ea minui ratione, qua creſcunt quadrata diſtantiarum a centro terrae; nam in illis locis, in quibus experimenta capere licet, differentia diſtantiarum a centro terrae tantilla eſt, ut pro nulla habenda ſit, ſi comparetur cum enormi terreſtris radii magnitudine. Exemplo lux affulgebit. Incumbat corpus terreſtri ſuperficiei, in hoc caſu ipſum diſtabit a centro terrae milliariis 4000. Verum ſi transferatur ad verticem alicujus montis, cujus altitudo ſit milliarium 3, tunc diſtabit corpus a centro terrae milliariis 4003. Unde gravitas motrix, ſeu pondus corporis in montis radice erit ad gravitatem motricem, vel pondus in montis vertice, ut quadratum numeri 4003 ad quadratum numeri 4000, ſive ut 1624009 ad 16000000, ſeu proxime ut 10000 ad 9985; & ideo ſi pondus corporis in montis radice ſit 10000, ipſum in montis vertice erit 9985. Quare ſi corpus a montis radice transferatur in ejus verticem, amittet 15 decies milleſimas partes illius ponderis, quod in montis radice habet. Atqui hoc ponderis decrementum adeo

eſt exi-

Digitized by Google

eſt exiguum, ut abſque errore phyſico poſſit negligi; ergo gravitas motrix corporis cujuſcunque eadem proxime erit in montis radice, atque in ejus vertice, atque adeo in illis locis haberi poterit velut conſtans.

PROPOSITIO XXIII.

131. *Gravitates motrices corporum quorumcunque ſunt eorundem maſſis proportionales.*

Duo corpora utcunque inaequalibus maſſis praedita, veluti graviſſimum plumbum, & leviſſima pluma, ſuſpendantur in parte ſuperiori longioris tubi. Dein ſi facto, ut moris eſt, vacuo ope machinae pneumaticae, ambo eodem iſtanti temporis demittantur, videbimus illa eodem tempore per ſpatia aequalia promoveri. Ex quo experimento aperte liquet, gravitates motrices corporum quorumcunque, quae vires conſtantes (130) ſunt per longitudinem totam tubi, reſpectiva corpora ita urgere, ut haec eodem tempore per aequalia ſpatia promoveantur. Atqui vires conſtantes in corpora ita agentes, ſunt (124) eorundem maſſis proportionales; ergo & gravitates motrices corporum quorumcunque erunt eorundem maſſis proportionales.

SCHOLIUM.

132. Quod ſi contingat, ut ubi vacuum nullum eſt, corpus gravius cadat citius leviore, id eſt unice repetendum ab aeris reſiſtentia, quae caeteris paribus, minus officit graviori. Exemplo res clarior fiet. Sint duo globi A, B aeque denſi, ſed diameter primi A ſit dupla diametri alterius B; liquet, ſuperficiem globi A quadruplam fore ſuperficiei globi B, octuplam vero maſſam; unde ſi globus B duobus gravitatis gradibus ſollicitetur, ſexdecim gravitatis gradibus urgebitur (131) globus A. Finge modo hos duos globos intra aerem promoveri, cujus

cujus tanta ſit reſiſtentia, ut in globo B elidat unum gravitatis gradum: quis non videt, quatuor gradus gravitatis elidere debere in alio globo A, habente quadruplam ſuperficiem, atque adeo ſubeunte etiam quadruplam reſiſtentiam? Itaque globus B poſt ſuperatam aeris reſiſtentiam unum gravitatis gradum habebit, duodecim vero gradus adhuc ſupererunt globo A, quibus diſtributis in octo aequales partes, in quas dividitur globus A, quaelibet harum partium uno gravitatis gradu cum dimidio impelletur. Sed alius globus B, qui ſingulis illis partibus eſt aequalis, uno tantum gravitatis gradu ſollicitatur; igitur gravior globus A intra aerem deſcendet citius leviore.

PROPOSITIO XXIV.

133. *Motus gravium libere deſcendentium in diſtantiis non nimis magnis a ſuperficie terrae, eſt uniformiter acceleratus. Et e converſo motus gravium aſcendentium eſt uniformiter retardatus.*

Dum corpus quieſcens aliqua vi conſtanti ſecundum eandem ſemper directionem ſollicitatur, ejus motus (107) eſt uniformiter acceleratus; at dum vis conſtans in corpus jam motum agit ſecundum directionem, quae directioni motus corporis adverſatur, tunc ejus motus eſt (107) uniformiter retardatus. Sed corpora libere deſcendentia in diſtantiis non nimis magnis a ſuperficie terrae, vi gravitatis conſtanti (130) ſecundum eandem directionem (125) perpetuo impelluntur, ſicuti & dum aſcendunt; igitur motus gravium libere deſcendentium in diſtantiis non nimis magnis a ſuperficie terrae, eſt uniformiter acceleratus, & e converſo motus gravium aſcendentium eſt uniformier retardatus.

CORO-

Corollarium

134. Ergo 1.° velocitates a gravibus libere deſcendentibus acquiſitae, ſunt (108) ut tempora quibus ipſae acquiruntur. 2.° Spatia a quiete cadendo percurſa, ſunt (117) ut quadrata temporum quibus deſcripta ſunt, vel ut quadrata velocitatum his temporibus acquiſitarum. 3.° Spatium percurſum certo tempore a gravi e quiete caſum inchoante, eſt (122) dimidium ejus ſpatii quod pari tempore tranſiret motu aequabili, cum velocitate quam acquiſivit ultimo caſus momento. 4.° Spatia quae temporibus finitis, & aequalibus ſeorſim ſumptis, exempli cauſa ſingulis minutis ſecundis percurruntur a gravi, ſunt (120) ut ſeries naturalis numerorum imparium 1, 3, 5, 7, 9 &c; unde ſi ſpatium percurſum tempore primo ſit 1, quod tempore ſequenti abſolvitur, erit prioris triplum, ſeu 3; & quod percurritur tertio tempore, quintuplum erit prioris, ſeu 5; & ſic porro. 5.° Si grave celeritate illa quam acquiſivit ultimo caſus momento, ſurſum tendere ceperit, ſpatia temporibus finitis aſcendendo deſcripta, erunt (121) ut ſeries naturalis numerorum imparium retrogrado ordine progredientium. Hinc fit, ut grave paribus temporis partibus, ſpatia quae prius deorſum, eadem ſurſum tranſeat, & propterea ad eandem unde deſcenderat, altitudinem aſcendat.

Scholium I.

135. Quae hactenus demonſtravi circa motum gravium libere deſcendentium, intelligenda ſunt tantum reſpectu illorum corporum, quibus aer ſenſibiliter non reſiſtit; immo verius, haec non ſunt accurata, niſi in ſpatiis aere exacte vacuis. Sic globus plumbeus, exempli cauſa, qui relate ad ejus pondus habet exiguam ſuperficiem, has regulas proxime obſervabit; at ſi ex plumbi eadem maſſa globus aliquis magnae diametri ef-

Digitized by Google

formetur, tunc eo magis illi reſiſtet aer, quo ampliore eſt praeditus ſuperficie; adeo ut plumbo magis, magiſque attenuato, & creſcente ambitu globi, fieri poſſet, ut ipſe in aere huc illuc, veluti leviſſimae plumulae flocculus, volitaret.

Scholium II.

136. Quoad vero corpora, quibus aer ſenſibiliter non reſiſtit, experientia compertum eſt, & inferius etiam (225) demonſtrabitur, ipſa tempore unius minuti ſecundi percurrere pedes pariſinos 15 $\frac{1}{12}$. Quare ſi tempus quo cadit grave, in minuta ſecunda dividi concipiatur, ſingula ſpatia inveniemus, quae a gravi ſingulis minutis ſecundis, ſibi ordine ſuccedentibus percurruntur. Nam quia grave primo minuto ſecundo deſcribit pedes 15 $\frac{1}{12}$, & ſequenti minuto ſecundo percurrit (134) ſpatium prioris triplum; patet, ipſum ſequenti minuto ſecundo deſcribere pedes 45 $\frac{3}{12}$. Simili modo oſtendam, tertio minuto ſecundo debere grave percurrere pedes 75 $\frac{5}{12}$; & ſic ſemper.

Scholium III.

137. Quia ſpatia a libere cadente gravi percurſa, ſunt (132) ut quadrata temporum ab initio motus computatorum, promum eſt invenire temporis intervallum, quod grave inſumit in percurrenda altitudine quavis data, veluti 540 pedum pariſinorum. Si enim fiat, ut pedes 15 $\frac{1}{12}$ ad pedes 540; ita 1, quadratum primi minuti ſecundi; ad quartum terminum proportionalem, qui erit proxime 36; hic dabit quadratum numeri ſecundorum, quae grave impendit deſcendendo ex

D alti-

altitudine 540 pedum. Eſt autem 6 radix quadrata numeri 36; igitur ſex minuta ſecunda inſumere debet grave, dum deſcendit per altitudinem 540 pedum.

PROPOSITIO XXV.

138. *Si recta EB (Fig. 28. 29.) exponat ſpatium a libere cadente gravi percurſum, factoque ſemicirculo ENB, excitetur ex quolibet puncto P ad diametrum EB perpendicularis PM, & jungatur EM; velocitas acquiſita lapſu libero per EP, erit ad velocitatem acquiſitam lapſu libero per EB, ut chorda EM ad diametrum EB.*

Quia ex recto angulo EMB demiſſa eſt ad hypotenuſam EB perpendicularis MP, erit EP ad EM, ut eadem EM ad EB; ideoque EP erit ad EB, ut quadratum EM ad quadratum EB. Sed ſpatium EP eſt (134) quoque ad ſpatium EB, ut quadratum velocitatis acquiſitae lapſu per EP ad quadratum velocitatis acquiſitae lapſu per EB; ergo etiam quadratum velocitatis acquiſitae lapſu per EP, erit ad quadratum velocitatis quae acquiritur lapſu per EB, ut quadratum EM ad quadratum EB, ideoque etiam velocitas acquiſita lapſu per EP, erit ad eam quae acquiritur per EB, ut chorda EM ad diametrum EB.

COROLLARIUM I.

139. Quia etiam tempus lapſus per EP eſt (134) ad tempus lapſus per EB, ut velocitas acquiſita lapſu per EP ad velocitatem acquiſitam lapſu per EB; etiam tempus lapſus per EP erit ad tempus lapſus per EB, ut chorda EM ad diametrum EB.

COROLLARIUM II.

140. Si quoque ex alio puncto Q excitetur ad diametrum EB perpendicularis altera QN, & jungatur

EN;

EN; velocitates a gravi acquiſitae poſt liberos lapſus per rectas EP, EQ, erunt ut chordae correſpondentes EM, EN. Nam velocitas acquiſita lapſu per EP eſt (138) ad obtentam lapſu per EB, ut chorda EM ad diametrum EB. Sed velocitas acquiſita lapſu per EB eſt (138) ad velocitatem obtentam lapſu per EQ, ut diameter EB ad chordam EN; ergo ex aequo, velocitas acquiſita lapſu per EP erit ad obtentam lapſu per EQ, ut chorda EM ad chordam EN.

CAPUT VIII.

De centro gravitatis corporis cujuſcunque & de corporibus extra lapſus periculum conſtitutis.

DEFINITIO XXIV.

141. *Centrum gravitatis corporis* eſt punctum illud, per quod traductum planum, dividit idem corpus in duas partes aequaliter ponderantes.

COROLLARIUM I.

142. Unde ſi corpus libere ſuſpenderetur ex ejus centro gravitatis, vel ſi puncto huic alterum immobile tamquam fulcrum ſupponeretur, totum corpus maneret immotum, ac undique in aequilibrio.

COROLLARIUM II.

143. Quare ſi centri gravitatis motus omnis impediatur, immotae manebunt quoque corporis partes omnes; ac proinde corporis pondus in ipſo gravitatis centro collectum fingi poteſt, & loco ponderis ipſum gravitatis centrum ſubſtituere licet.

COROLLARIUM III.

144. Sicuti ergo corpus nulla alia vi, quam proprio pondere impulſum, eo modo quo poteſt, ſemper accedit ad centrum terrae; ita & centrum gravitatis ejuſdem corporis nulla alia vi, quam proprio pondere impulſum, eo modo quo poteſt, deſcendere ſemper debet.

COROLLARIUM IV.

145. Et quemadmodum corpus proprio ſolum pondere animatum aſcendere prorſus nequit; ſic centrum gravitatis proprio ſolum pondere ſollicitatum aſcendere nunquam poteſt.

DEFINITIO XXV.

146. *Linea directionis corporis* eſt recta, quam ejus centrum gravitatis conatur deſcribere, dum libere deſcendit.

COROLLARIUM I.

147. Quia tota ponderis vis, quae in gravitatis centro collecta (143) eſt, conatur (125) movere corpus directe verſus telluris centrum; utique linea directionis corporis erit recta ex centro gravitatis ad globi terraquei centrum ducta, ſive erit linea verticalis.

COROLLARIUM II.

148. Quoniam omnis recta, quae producta tranſit per centrum ſphaerae, eſt perpendicularis ad ſuperficiem ejuſdem ſphaerae; etiam linea directionis quae producta tranſit (147) per terraquei globi centrum, perpendicularis erit ad ejus ſuperficiem, ſive ad horizontem.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

149. *Quamvis duorum gravium directiones dirigantur ad centrum terrae, nihilominus tamen ipſae ſi non magno intervallo inter ſe diſtent, pro parallelis haberi queunt, ſeu ſunt ſenſibiliter parallelae.*

Duorum gravium directiones AF, DI (*Fig.* 30.) inter ſe diſtantes milliari uno, occurrant circulo terrae maximo HFL in punctis F, I, & productae concurrant (147) tandem ad centrum illius C: dico, eas pro parallelis haberi poſſe, ſeu eſſe inter ſe ſenſibiliter parallelas. Sumpto enim in alterutra illarum DI quolibet puncto B, demittatur ad aliam AF perpendicularis BE. Quoniam unus gradus circuli terrae maximi HFL eſt circiter 60 milliarium italicorum, utique arcus FI, qui (*ex hyp*) unius tantummodo eſt milliaris, erit minuti unius. Sed arcus unius minuti pro recta haberi poteſt; ergo arcus FI cenſeri poterit velut recta, quae ſi produceretur, circulum tangeret in puncto F, atque adeo rectus erit angulus IFC. Sed etiam (*ex conſtr*) eſt rectus angulus BEC; ergo erunt parallelae FI, EB, & EB erit ad FI, ut EC ad FC. Sed quia EF evaneſcit reſpectu enormis magnitudinis radii terreſtris FC, proxime ſunt aequales EC, FC; ergo etiam proxime aequabuntur EB, FI. Oſtenſae autem ſunt etiam parallelae; ergo & proxime parallelae erunt illas jungentes EF, BI, atque adeo etiam AF, DI.

COROLLARIUM I.

150. Hinc generatim ſi duae finitae rectae AF, DI non multum inter ſe diſtantes, poſt emenſum infinitum intervallum conveniant tandem ad aliquod punctum C; ipſae pro parallelis habendae erunt.

Corollarium II.

151. Unde quamvis duo fila, quae in libra ſuſtinent duo pondera, reipſa (147) convergant ad centrum terrae; nihilominus tamen ad ſenſum ſunt parallela. Idem de columnis ejuſdem templi, & de parietibus ejuſdem cubiculi eſt dicendum.

PROPOSITIO XXVII.

152. *Corpus OFRG (Fig. 31.) ſuſpenſum ex ſuo quolibet puncto A, tamdiu circa illud converti debet, donec punctum ſuſpenſionis A, centrum gravitatis B, & centrum terrae C in eadem linea recta ſint.*

Puncta A, B, C non ſint in eadem recta, junctiſque AB, BC, CA, & ducta horizontali BH, quae erit normalis ad verticalem AC, centro A per B deſcribatur circuli arcus BE. Quia rectus eſt angulus AHB, acutus erit reliquus ABH: ſed angulo majori opponitur latus majus, minori minus; ergo AB, vel AE major erit quam AH, arcuſque BE inferior erit horizontali BH, unde ſi centrum B gravitatis deſcriberet arcum BE, accederet magis ad centrum terrae. Atqui nititur ſemper (144) ad illud accedere quantum poteſt; ergo cum nil impediat hunc acceſſum, tamdiu ipſum, ac proinde etiam corpus moveri debet, donec puncta A, B, C in eadem linea recta ſint.

PROPOSITIO XXVIII.

153. *Si aliquod corpus QFRG (Fig. 32.) e retinaculo P ope fili PA ſuſpenſum, quieſcat; retinaculum P, punctum A ubi filum corpori innexum eſt, & centrum gravitatis B erunt in linea directionis BC perpendiculari ad horizontem.*

Cum

Cum retinaculum P ſuſpenſum teneat corpus OFRG, illud haberi poteſt velut potentia ad punctum A corpori applicata, quae in illud agat ſecundum directionem AP. Atqui haec potentia elidit effectum gravitatis collectae in centro B, & agentis ſecundum lineam directionis BC; ergo ejus directio AP debet directe opponi lineae directionis BC, ideoque puncta P, A, B erunt in eadem linea directionis BC.

COROLLARIUM I.

154. Si ergo globus aliquis plumbeus ſuſpenſus filo, quieſcat; tunc linea tenſi fili erit (153) in linea directionis, ſive in recta perpendiculari ad horizontem. Atque hinc uſus obtinuit lineam libellae, ac verticalem ope plumbei ponduſculi e filo ſuſpenſi inveſtigandi.

COROLLARIUM II.

155. Hinc patet modus (*Fig.* 32.) empirice determinandi centrum gravitatis corporis OFRG. Si enim corpus ita ſuſpenſum ſit filo AP, ut quieſcat; tunc recta PA producta uſque ad S, tranſibit (153) per centrum gravitatis corporis OFRG. Rurſus ſi filo alligato ad alterum punctum D, invertatur corporis ejuſdem ſitus, & denuo ſuſpendatur, donec quieſcat; tunc linea tenſi fili producta ex D in E, tranſibit per centrum gravitatis (153) corporis OFRG, & ideo illud erit in puncto B, quod eſt commune utrique rectae.

PROPOSITIO XXIX.

156. *SI quodvis corpus ita inſiſtat plano horizontali, ut linea directionis cadat intra ejus baſim; hoc corpus in ſitu ſuo perſtabit extra lapſus periculum. At ſi linea directionis extra ejus baſim cadat; corpus labetur in eam partem, verſus quam cadit linea directionis.*

I. Corpus DAEB (*Fig.* 33.) ita incumbat plano horizontali MN, ut linea directionis CF cadat intra ejus baſim DB: dico, illud quieſcere in hoc ſitu. Juncta enim CB, & centro B per C ducto circuli arcu CLV, agantur CS, BO, quarum altera ſit parallela ad horizontem MN, & altera ad FC, utraque vero arcui CLV occurrat in H, & L. Cum ergo ſint parallelae CS, MN, & rectus ſit (148) angulus CFB, rectus quoque erit angulus FCO, & recto minor reliquus BCO. Itaque in triangulo COB erit BO minor BC, vel BL, & ideo arcus CLH circuli CLV altior erit horizontali recta CH. Atqui ſi corpus DAEB in aliquam partem caderet, veluti verſus N, ejus centrum C gravitatis deſcriberet circa B arcum CLH; igitur idem centrum nulla alia vi impulſum quam proprio ſuo pondere, aſcenderet ſupra horizontalem rectam CH, quod (145) impoſſibile prorſus eſt.

II. Si vero linea directionis CF (*Fig.* 34.) cadat extra baſim DB; tunc corpus labetur in eam partem, verſus quam cadit linea directionis. Nam juncta CB, & centro B per C deſcripto arcu circuli CLV, agatur CS horizonti MN parallela. Quia ſunt parallelae CS, BN, rectuſque (148) eſt angulus CFN, etiam rectus erit reliquus FCO, ac proinde obtuſus alius BCO. Itaque in triangulo CBO erit BO major BC, vel BL, atque ita arcus circuli CLV jacebit infra horizontalem rectam CS; conſequenter ſi centrum gravitatis C corporis DAEB deſcriberet circa B arcum circuli CLV, propius accederet ad centrum terrae. Atqui idem centrum proprio ſuo pondere impulſum, nititur (144) ſemper ad terrae centrum accedere quantum poteſt; ergo cum nil impediat hunc acceſſum, centrum C deſcribet arcum circuli CLV, & ideo corpus debebit cadere verſus N.

Scho-

SCHOLIUM I.

157. Contingere ergo poteſt, ut aedificii murus non corruat, licet ſit horizonti maxime inclinatus. Vel enim linea directionis ejuſdem muri cadit intra ejus baſim, aut labitur extra illam. In primo caſu utique ſtabit (156) murus, ſi nempe lapides quibus conſtat, calce firmiter ſint connexi. In altero autem caſu etiam perſtabit murus in ſitu ſuo, ſi ita connexus ſit cum aliis partibus aedificii, ut proprio ſuo pondere ab illis nequeat ſeparari; tunc enim ſpectandum eſt centrum gravitatis non quidem muri, ſed potius integri aedificii. En igitur rationem, cur murus aliquis inclinatus catenis ferreis regi ſoleat, ſic namque in muro oritur major nexus cum aliis partibus aedificii.

SCHOLIUM II.

158 Hinc ratio apparet cur Turres Bononienſis, atque Piſana non corruant, etiamſi in illa perpendiculum ex ſummitate in baſim ductum, diſtet a baſi pedibus 9; diſtet autem in piſana cubitis $7\frac{1}{3}$. Haec perantiqua ſiquidem aedificia nedum conſtant lapidibus connexis firmiter inter ſe, ſed habent quoque lineam directionis, quae cadit intra illorum baſes.

SCHOLIUM III.

159. Ratio inde patet, cur homo firmiter conſiſtat, quando erecto corpore, utroque pede pavimento inſiſtit; cadat vero, ſi pes alteruter elevetur. Cum enim ſpatium interceptum utroque pede, humani corporis baſis ſit, centrum vero gravitatis ejuſdem jaceat inter pubim & nates, utique linea directionis cadet intra utrumque pedem, quando erecto corpore, utroque pede pavimento inſiſtit; ſicque nequit homo cadere in hoc ſitu. At ſi pes alteruter elevetur, tunc coercetur

baſis

baſis in illud ſpatium, quod a pede unico occupatur; igitur linea directionis neceſſario labitur extra baſim, ſcilicet verſus dextram, ſi pes dexter elevetur; atque ita homo ſuper ſolo ſiniſtro pede non poteſt ſtare, niſi in ſiniſtram partem ita convertat corpus, ut linea directionis coerceatur intra ſiniſtrum pedem.

CAPUT IX.

De gravium deſcenſu ſuper plano inclinato.

DEFINITIO XXVI.

160. P*Lanum inclinatum* eſt, quod cum horizontali obliquum angulum facit.

SCHOLIUM.

161. In plano inclinato AC (*Fig.* 35.) tria ſunt maxime diſtinguenda, nempe longitudo plani AC, altitudo AB, & baſis BC, quae omnia exponuntur tribus lateribus trianguli rectanguli ABC.

PROPOSITIO XXX.

162. G*Ravitas abſoluta, qua urgetur corpus in perpendiculo, eſt ad relativam, qua ad deſcenſum impellitur ſupra planum inclinatum, ut longitudo ad altitudinem plani.*

Corpus BDIA (*Fig.* 36.) incumbat plano inclinato MN, & ducta ex centro C gravitatis recta CG perpendiculari ad horizontem, ponatur recta CL exponere gravitatem abſolutam, qua corpus ſublato plano perpendiculariter laberetur. Quod ſi jam haec vis reſolvatur in duas, quarum altera CO ſit plano inclinato perpendicularis, altera CR parallela ad idem planum:

prior,

prior, ſeu CO exprimet partem gravitatis a plano corpus ſuſtinente eliſam; poſterior, ſeu CR partem reſiduam, ſeu gravitatis vim relativam, qua corpus ad deſcenſum impellitur ſupra planum; ideoque gravitas abſoluta erit ad relativam, ut CL ad CR. Jam ob parallelas CR, MN, angulus RCL aequatur angulo CLM. Sed ob parallelas CL, MH, etiam angulus HMN aequatur eidem angulo CLM; igitur angulus RCL aequabitur HMN. Sed rectus angulus CRL aequalis quoque eſt recto MHN; ergo triangulum CRL erit ſimile MHN, & CL erit ad CR, ut MN ad MH. Sed ex demonſtratis gravitas abſoluta eſt ad relativam, ut CL ad CR; igitur erit quoque, ut MN ad MH, ſive ut longitudo ad altitudinem plani.

COROLLARIUM I.

163. Hinc ſicuti gravitas abſoluta corporis conſtans eſt (130) per altitudinem totam plani, ita gravitas etiam relativa conſtans erit per longitudinem totam ejuſdem plani. Nam ubicumque in plano inclinato poſitum ſit corpus BDLA, idem eſt ſemper triangulum CRL; igitur vis CR, quae exponit (162) relativam corporis gravitatem, eadem ſemper erit in quolibet puncto plani, atque adeo erit conſtans per longitudinem totam plani.

COROLLARIUM II.

164. Igitur 1.° grave ſuper planum inclinatum MN deſcendit motu (107) uniformiter accelerato. 2.° Celeritates acquiſitae ſunt (108) ut tempora, ſive ut ſeries numerorum naturalium 1, 2, 3, 4, 5 &c. 3.° Spatia a puncto M computata, ſunt (119) ut ſeries quadratorum 1, 4, 9, 16, 25, &c. 4.° Spatia quae ſingulis temporum intervallis aequalibus percurruntur, creſcunt (120) ut numeri impares 1, 3, 5, 7, 9, &c. 5.° Spatium ab M uſque ad O percurſum, eſt (122) dimidium illius quod corpus motu uniformi, cum celeritate in O acquiſita, eodem tempore conficeret. Coro-

COROLLARIUM III.

165. Quia vires conſtantes pari tempore agentes in idem corpus, ſunt (69) inter ſe, ut in illo productae celeritates; etiam velocitas adepta a gravi in perpendiculo, erit ad velocitatem in plano inclinato aequali tempore acquiſitam, ut gravitas abſoluta ad relativam, ſive ut longitudo (162) ad altitudinem plani.

PROPOSITIO XXXI.

166. *Si grave (Fig. 35.) tempore illo quo in perpendiculo venit ex A in B, ſuper plano inclinato deſcendat ex A in D; longitudo plani AC erit ad altitudinem ejus AB, ut ſpatium AB ad ſpatium AD.*

Vires conſtantes, quae aequalibus temporibus agunt in idem corpus, ſunt inter ſe (123) ut ſpatia quae iiſdem illis temporibus a mobili percurruntur. Sed gravitas abſoluta, & relativa vires (130, 163) conſtantes ſunt, quarum altera urget corpus in perpendiculo AB, altera in plano AC; igitur gravitas abſoluta erit ad relativam, ut ſpatium AB deſcriptum in perpendiculo, ad ſpatium AD in plano inclinato AC percurſum. Sed gravitas abſoluta eſt etiam (162) ad relativam, ut longitudo plani AC ad altitudinem ejus AB; ergo & longitudo plani AC erit ad altitudinem ejus AB, ut ſpatium AB ad ſpatium AD.

COROLLARIUM I.

167. Unde ſi quaeras ſpatium AD in plano AC a corpore percurrendum illo eodem tempore, quo in perpendiculo venit ex A in B, ipſum determinabis ducendo ex B perpendicularem BD ad idem planum. Quippe ob rectum angulum ABC, & BD normalem ipſi AC, eſt AB ad AD, ut AC ad AB, ſive (166) ut ſpa-

ut ſpatium percurſum in perpendiculo ad ſpatium eodem tempore abſolutum in plano AC. Sed ſpatium percurſum in perpendiculo eſt AB; ergo percurſum in plano erit AD.

COROLLARIUM II.

168. Hinc ſi per punctum ſublime A verticalis circuli DACB (*Fig.* 37.) tranſeant quaevis plana AH, AN; corpus percurret (167) illorum partes AD, AC eodem tempore, quo ex puncto ſublimi A diametri AB veniret ad imum B. Nam ſi jungantur BD, BC, hae perpendiculares erunt ad plana AH, AN.

COROLLARIUM III.

169. Contra, ſi quaeras ſpatium AB (*Fig.* 35.) in perpendiculo a corpore percurrendum illo eodem tempore, quo in plano inclinato venit ex A in D; ipſum determinabis (167) erigendo ex D perpendicularem DB ad idem planum.

COROLLARIUM IV.

170. Hinc ſi per infimum punctum B verticalis circuli DAEB (*Fig.* 38.) tranſeant quaevis plana inclinata DB, EB; haec a corpore percurrentur eodem tempore, quo ex puncto ſupremo A diametri verticalis AB libere veniret ad imum B. Juncta enim AD, & completo parallelogrammo DABF, agatur per B horizontalis OS, quae circulum tanget in puncto B. Quia ſunt parallelae DF, AB, eſtque AB normalis ipſi OS, eidem quoque normalis erit DF, & ideo erit DO altitudo plani DB. Rurſus cum parallelae ſint rectae AD, BF, ſitque AD perpendicularis plano DB, etiam BF erit perpendicularis ad idem planum, & ideo in hoc plano deſcendet (169) corpus ex D in B eodem tempore, quo in perpendiculo veniret ex D in F, ſive ex A ad B. Idem eveniet in altero plano EB.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

171. *Celeritas a gravi in D acquiſita (Fig. 39.) poſt percurſum planum inclinatum AD, eſt aequalis celeritati quam idem grave acquirit libere cadendo ex A in V, ſeu per altitudinem totam plani.*

Erecta ex D ad planum AD perpendiculari DB, quae ipſi AV occurrat in puncto B, agatur horizontalis BH, conveniens cum plano AD in H, ſuperque AB velut diametro fiat ſemicirculus ADB. Cum itaque ſit AD chorda circuli ADB, velocitas acquiſita in deſcenſu per AB erit (138) ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per AV, ut diameter AB ad chordam AD, ſive (ob triangulum ADB ſimile ABH) ut longitudo plani AH ad altitudinem ejus AB. Verum quia ſpatia AB, AD aequali (168) tempore percurruntur, etiam velocitas acquiſita in deſcenſu per AB eſt (165) ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per AD, ut longitudo plani AH ad altitudinem AB; ergo velocitas acquiſita in deſcenſu per AB erit ad eam quae acquiritur in deſcenſu per AV, ut eadem velocitas acquiſita in deſcenſu per AB ad eam quae acquiritur in deſcenſu per AD, ideoque velocitas a gravi acquiſita poſt percurſum planum inclinatum AD, eſt aequalis velocitati quam acquirit libere cadendo ex A in V.

COROLLARIUM I.

172. Hinc ſi grave deſcendat (*Fig.* 40.) per quaevis plana aeque alta AB, EB, OL, velocitates ab illo acquiſitae in B, & L, mutuo ſunt aequales. Demiſſis enim ad horizontalem BL perpendicularibus AR, EV, OG, quae mutuo aequabuntur; patet, velocitates a gravi acquiſitas in deſcenſu libero per rectas AR, EV, OG,

OG, eſſe inter ſe aequales. Sed grave cadens per plana inclinata AB, EB, OL, eam in B, & L acquirit celeritatem, quam acquireret (171) in punctis R, V, G poſt percurſa perpendicula AR, EV, OG; ergo & velocitates a gravi acquiſitae poſt percurſa plana AB, EB, OL, invicem ſunt aequales.

COROLLARIUM II.

173. Unde velocitates (*Fig.* 41.) a gravi acquiſitae poſt percurſas verticalis circuli chordas EB, HB, erunt ut chordae ipſae. Nam ductis EM, HN ad diametrum AB normalibus, agatur tangens BR, & ad hanc demittantur perpendiculares EF, HO. Velocitates acquiſitae a gravi poſt percurſas chordas EB, HB, eaedem prorſus (171) cum illis ſunt, quae acquiruntur poſt deſcenſus per rectas EF, HO, ſive MB, NB. Sed velocitates acquiſitae poſt deſcenſus per rectas MB, NB, ſunt (140) ut chordae EB, HB, ergo & velocitates a mobili acquiſitae poſt percurſas chordas EB, HB, erunt ut chordae ipſae.

PROPOSITIO XXXIII.

174. *SI quodvis polyedrum ABLK* (*Fig.* 42.) *ita incumbat plano inclinato MN, ut perpendicularis CF ex centro C, gravitatis ad planum ducta, cadat extra ejus baſim AB; polyedrum ABLK deſcendet motu rotationis.*

Ductis CH, CL; quarum alia ſit parallela ad horizontalem SN, altera ad longitudinem plani MN, jungatur AC, qua veluti radio, & centro A deſcribatur arcus circuli COR, quem tangat CG in C. Demittatur denique ad NS perpendicularis CV, quae (148) erit linea directionis, planoque MN occurret in puncto P. Quia rectus eſt angulus PCH, obtuſus erit angu-

lus

lus FCH : ſed rectus eſt angulus FCI ; ergo erit CI infra horizontalem rectam CH, atque adeo centrum C gravitatis poteſt deſcendere per CI. Rurſus ob rectum angulum FCI, obtuſus erit angulus ACI : atqui eſt rectus angulus ACG ; ergo recta CG infra CI jacebit, & ideo centrum C gravitatis poteſt deſcendere etiam per CG. Sed ſi deſcenderet per CG, accederet magis ad centrum terrae, quam ſi deſcenderet per CI ; ergo moveri incipiet per CG, hoc eſt per arcum circuli COR. Id autem fieri prorſus nequit, quin polyedrum ABLK revolvatur interea circa A ; ergo deſcendet motu rotationis.

PROPOSITIO XXXIV.

175. *Si quodvis polyedrum ABLK (Fig. 43.) ita incumbat plano inclinato MN, ut perpendicularis CF ex centro C gravitatis ad planum ducta, cadat intra ejus baſim AB ; corpus deſcendet motu lubricationis.*

Superiori poſita conſtructione, liquet rectum fore angulum PCH, ideoque obtuſum eſſe alterum ACH : eſt autem rectus angulus ACG ; ergo erit CG infra horizontalem rectam CH, atque adeo centrum C gravitatis poteſt deſcendere per CG. Rurſus ob rectum angulum ACG, obtuſus erit angulus FCG : rectus autem eſt FCI ; ergo recta CI infra CG jacebit, ac proinde centrum C gravitatis poteſt etiam deſcendere per CI. Sed ſi deſcenderet per CI, accederet magis ad centrum terrae, quam ſi deſcenderet per CG ; ergo movebitur per CI, conſequenter deſcendet motu lubricationis.

COROLLARIUM I.

176. Si polyedrum ABLK fuerit regulare, tunc perpendicularis CF ex centro gravitatis ad planum MN demiſſa, cadet intra ejus baſim *AB*, atque adeo polyedrum deſcendet motu lubricationis.

CORO-

Corollarium II.

177. Quoniam ſphaera ſpectari poteſt velut polyedrum aliquod regulare, undique terminatum planis ſuperficiebus numero infinitis, atque infinite parvis; utique ſi ſphaera incumbat plano inclinato, debet deſcendere ſupra illud motu lubricationis.

Scholium.

178. Quod ſi reipſa motu potius rotationis, quam lubricationis deſcendat ſphaera, id eſt unice tribuendum affrictui illius baſeos cum plano inclinato, ſuper quo incedit.

CAPUT X.

De gravium deſcenſu ſuper plura plana contigua inclinata, & per lineas curvas.

PROPOSITIO XXXV.

179. *SI grave (Fig. 44.) ex quiete B percurſo plano uno inclinato BC, tranſire cogatur in aliud ſubſequens CD planum, & directionem mutare; ſupra illud moveri incipiet vi minori, quam quae acquiritur per praecedens.*

Vis acquiſita a gravi cadente ex B in C exponatur recta BC, quae facto rectangulo BKCF, reſolvetur in duas vires, alteram BF ad CD parallelam, alteram BK vel FC ad CD perpendicularem. Ex his BF poſt directionis mutationem perſiſtit integra, & motum efficit per CD, at vis FC exprimit corporis actionem in planum CD, dum hoc deſcribitur, ideoque eliditur, & nihil confert ad celeritatem; conſequenter vis corporis ante directionis mutationem eſt ad ejuſdem vim poſt

E muta-

mutationem directionis, ut BC ad BF. Sed vis BF minor eſt vi BC, quam acquirit grave in deſcenſu ex B in C; igitur corpus moveri incipiet per CD vi minori, quam quae acquiritur per BC.

COROLLARIUM I.

180. Dum ergo grave percurſo uno plano inclinato in contiguum aliud tranſit, amittit ſemper aliquam partem vis acquiſitae in deſcenſu per primum planum; unde angulus ab his planis factus, in quo nimirum fit mutatio directionis, ſpectari poterit velut cauſa retardans motum corporis deſcendentis.

COROLLARIUM II.

181. Quia curva ſpectari poteſt velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis laterculis rectis conſtans; conſequens eſt, ut grave deſcendens in aliqua linea curva, tranſeat ſemper ab uno in aliud planum; unde in ſingulis polygoni hujus angulis, ubi directionem priorem mutat, amittet ſemper aliquam partem vis acquiſitae in deſcenſu per plana antecedentia.

COROLLARIUM III.

182. Si dum grave ab uno plano BC (*Fig.* 44.) in aliud CD tranſit, motui non obſtaret angulus BCD, moveri inciperet per CD integra vi BC. Atqui ſolummodo moveri (179) incipit vi BF, aut (centro B, & radio BF deſcripto circuli arcu F*i*) vi B*i*; ergo ob mutationem directionis factam in angulo BCD, grave debet amittere vim *i*C.

COROLLARIUM IV.

183. Quamdiu angulus BCK quantitatis finitae eſt, ratio BK ad BC ſemper finita erit, quae perpetuo minuetur decreſcente angulo BCK; adeo ut tandem fiat infinite parva, ſi quoque infinite parvus evadat angulus

lus BCK. Igitur in hoc caſu etiam vis BK, vel FC, qua grave premit ſubjectum planum CD, infinite parva erit relate ad vim BC acquiſitam in puncto C, atque adeo illa reſpectu hujus negligi tuto poteſt.

COROLLARIUM V.

184. Manente infinite parvo angulo BCK, vel CBF, etiam vis *i*C infinite parva erit relate ad vim FC. Etenim in hoc caſu arcus F*i* haberi poteſt pro recta ex angulo recto F trianguli rectanguli BFC in hypotenuſam BC perpendiculariter ducta; quare *i*C erit ad FC, ut eadem FC ad BC. Atqui FC infiniteſima (183) eſt relate ad BC; ergo etiam *i*C infiniteſima erit reſpectu FC, & propterea *i*C infinities ſumpta, non major erit ipſa FC.

PROPOSITIO XXXVI.

185. *Vis quam in percurrendo arcu finito curvae amittit grave ob mutationem continuam directionis, pro nulla habenda eſt, ſi comparetur cum vi quam actu acquirit poſt deſcenſum per eundem arcum.*

Quaelibet curva (*Fig.* 44.) ſpectari ſolet velut polygonum ABCD ex infinitis, atque infinite parvis laterculis rectis conſtans, quorum duo quaevis contigua BC, CD angulum comprehendunt a duobus rectis non niſi quantitate infiniteſima deficientem, adeo ut producto uno latere CD in K, angulus deinceps poſitus BCK, aut illi aequalis CBF ſit infinite parvus. Si itaque fingas grave poſt abſolutum arcum finitum curvae, acquirere in puncto C vim expoſitam per BC, tunc vis *i*C ab illo amiſſa ob mutationem directionis in ſingulis polygoni angulis factam, erit (184) infiniteſima relate ad vim FC, qua premit ſingula ejuſdem latera, atque adeo corpus poſt infinitas mutationes directionis, ſeu

poſtquam deſcripſerit polygoni latera infinita, aut curvae finitum arcum, non amittet majorem vim, quam (184) quae exponitur per FC. Sed vis FC pro nulla habenda eſt (183) relate ad vim BC acquiſitam a gravi poſt deſcenſum per eundem arcum; ergo vis, quam in percurrendo arcu finito curvae amittit grave ob mutationem continuam directionis, pro nulla habenda eſt, ſi comparetur cum vi, quam actu acquirit poſt deſcenſum per eundem arcum.

COROLLARIUM.

186. Quamvis mutationes directionis, quas ſubit grave in ſingulis punctis curvae in qua deſcendit, reipſa officiant ejus motui, nihilominus tamen ipſae perinde haberi poſſunt, ac ſi ejus motum non retardarent; conſequenter corpus cum eadem velocitate in curva progredietur, velut ſi nihil virium amiſiſſet.

PROPOSITIO XXXVII.

187. *SI quando grave (Fig. 45.) ex quiete A deſcendit per plura plana contigua AB, BC, CD, mutationes directionis in angulis B, C factae ejuſdem motui non obſtarent; velocitas ejus poſt deſcenſum per illa plana, aequalis eſſet velocitati, quam lapſu perpendiculari acquireret in pari diſtantia ab horizonte.*

Ductis AO, BG, CH, DI parallelis ad horizontem, plana BC, CO producantur in E, & O, atque ad rectas BG, OI demittantur perpendiculares EL, OI. Velocitas lapſu per AB acquiſita, eſt (172) aequalis velocitati quae acquiritur lapſu per EB, aut (171) per EL, vel OG: atqui mutatio directionis facta in angulo B, ſupponitur motui non officere; igitur grave motum ſuum per planum BC eodem modo continuabit, ac ſi ex puncto E per planum unicum EC deſcendiſſet, & propterea velocitas in C

in C acquiſita, erit aequalis velocitati quae acquireretur in deſcenſu per OC, vel (171) per OH. Simili modo oſtendam, velocitatem in D aequalem eſſe velocitati acquiſitae lapſu perpendiculari OI.

COROLLARIUM I.

188. Si ergo planorum numerus augeatur in infinitum, & viciſſim eorum magnitudo minuatur in infinitum, ſeu ſi polygonum ABCD in lineam curvam abeat, tunc quia mutationes directionis in angulis B, C factae, perinde haberi poſſunt, velut ſi motui non (186) obſtarent; manifeſtum eſt, grave deſcendens per curvam ABCD, in punctis ſingulis B, C, D eandem habere celeritatem, quam acquireret lapſu perpendiculari in punctis correſpondentibus G, H, I.

COROLLARIUM II.

189. Hinc ſi in verticali curva qualibet ADG (*Fig.* 46.) agatur horizontalis AG, & ad hanc ex infimo puncto D demittatur perpendicularis DH; ſive grave cadat ex A in D, ſive ex G in D, in utroque caſu acquiret in infimo puncto D eandem celeritatem, & quidem aequalem illi, quam obtineret in deſcenſu per (188) verticalem rectam HD.

COROLLARIUM III.

190. Poſtquam grave ex A pervenit ad infimum punctum D, impetu poſt lapſum concepto, ferri debet per arcum alium DG uſque ad punctum aeque altum G, in quo omnis velocitas extinguetur: Nam cum ex A pervenit ad punctum D, acquirit (189) eam celeritatem, quam obtinuiſſet cadendo ex G in D. Atqui velocitas acquiſita in deſcenſu ex G in D, tota deperditur in aſcenſu ex D in G, cum motus in aſcenſu retardetur eodem modo, quo in deſcenſu acceleratur; ergo etiam velocitas adepta a gravi poſt lapſum ex A in D, tota extingui debet in aſcenſu ex D in G.

Digitized by Google

COROLLARIUM IV.

191. Unde ſi arcus AD, GD ſint ſimiles, & aequales, grave eodem tempore aſcendet per DG, quo cadit ex A in D. Cum enim arcus AD, GD ſint ſimiles & aequales, motus eadem lege retardabitur in aſcenſu ex D in G, qua acceleratur in deſcenſu ex A in D; ideoque velocitas quae acquiritur in deſcenſu, eodem tempore in aſcenſu extingui debet. Atqui velocitas acquiſita in deſcenſu ex A in D, tota extinguitur (190) in aſcenſu ex D in G; ergo eodem tempore aſcendit grave ex D in G, quo cadit ex A in D.

COROLLARIUM V.

192. Propterea ſi grave cadat (*Fig.* 41.) per arcus EB, HB verticalis circuli AHB, velocitates acquiſitae in infimo puncto B, erunt ut ipſae chordae EB, HB. Nam velocitates acquiſitae lapſu per arcus EB, HB in infimo puncto B, ſunt (188) aequales velocitatibus acquiſitis per verticales rectas MB, NB, ſive EF, HO, aut etiam (171) per arcuum chordas EB, HB. Sed velocitates acquiſitae per chordas EB, HB, ſunt (173) ut chordae ipſae; ergo etiam velocitates acquiſitae per arcus EB, HB, erunt ut ipſae chordae.

COROLLARIUM VI.

193. Quare ſi accipiantur arcus B1, B2, B3 &c. quorum chordae ſint reſpective ut 1, 2, 3 &c., velocitates acquiſitae a gravi in infimo puncto B, dum ex quiete deſcendit per 1B, 2B, 3B &c, erunt ut numeri illi 1, 2, 3, &c.

CAPUT

CAPUT XI.

De motu pendulorum per arcus circuli, & cycloidis.

DEFINITIO XXVII.

194. **P***Endulum ſimplex* (*Fig.* 48.) eſt pondus, aut potius punctum grave V in extremo fili inflexilis, omnis gravitatis, & maſſae expertis ſuſpenſum, ac in altero fili extremo A cum puncto fixo, & immobili nexum.

DEFINITIO XXVIII.

195. *Pendulum compoſitum* dicitur, ſi plura pondera, ſive puncta gravia eidem filo inflexili, maſſa, & gravitate deſtituto, ſint appenſa.

DEFINITIO XXIX.

196. Si circulus NQV (*Fig.* 47.) qui tangit rectam CS in V, more rotarum provolvatur, & circuitum integrum progrediendo conficiat; tunc punctum N quod ſitum in ejus circumferentia, ſub initio tangebat rectam CS in C, motu ſuo ex rectilineo, & circulari compoſito, deſcribet curvam lineam CNAS, quae *Cyclois* appellatur. Recta CS dicitur ejus *baſis*, & huic ad punctum medium B perpendicularis AB, *axis*; punctum vero A vocatur *vertex* cycloidis, & circulus NQV, vel huic aequalis in alio ſitu GAB, *circulus genitor* nuncupatur.

COROLLARIUM.

197. Patet ex geneſi hujus curvae, dimidium circumferentiae genitoris circuli NQV aequale eſſe rectae CB, ſive dimidiae baſi CS, & in quavis ejuſdem circuli poſitione, arcum NV aequari ſemper correſpondenti rectae CV.

LEMMA I.

198. *SI ex cycloidis quolibet puncto N (Fig. 47.) agatur NE parallela ad baſim CS, ſive ad axem AB normalis, quae in G occurrat genitori circulo GAB; erit arcus AG aequalis rectae NG.*

Agantur chordae VN, BG. Quia in rectangulo VFEB aequantur VF, BE, hae ablatae ab aequalibus VQ, BA, relinquent aequales FQ, EA. Eſt vero NF media proportionalis inter VF, FQ, & GE media inter BE, EA; ergo etiam aequabuntur NF, GE, atque adeo etiam NG, FE. Duo itaque latera NF, FV trianguli NFV aequalia ſunt duobus GE, EB trianguli GEB: atqui aequantur quoque recti anguli F, E; ergo & aequabuntur chordae NV, GB, atque adeo & arcus NV, GB. Atqui arcus NV aequalis (197) eſt rectae CV; ergo etiam arcus GB aequabitur eidem CV. Sed dimidia circumferentia AGB aequatur (197) rectae CB; ergo & reliquus arcus AG aequabitur reliquae rectae VB, vel FE, aut NG.

LEMMA II.

199. *SI recta LZ (Fig. 47.) cycloidem tangat in puncto L, & ducta LE perpendiculari ad axem ejus AB, agatur chorda MA, quae punctum M jungat cum vertice A; erit MA parallela tangenti LZ.*

Agatur HK parallela, & infinite propinqua ipſi LE, occurrens circulo genitori in puncto R. Tum ductis MT, AT tangentibus circulum in M, & A, agatur ad TM parallela LO, & producatur AM in P. Quia ſunt parallelae OL, MT, & haec eſt poſita in directum cum arcu infinite parvo RM; parallelae etiam erunt OL, RM. Sunt vero ſimiliter parallelae ML, RO;

ergo

ergo quadrilaterum RMLO erit parallelogrammum, & ideo aequabuntur tam rectae RM, OL, quam reliquae ML, RO, unde erit OH differentia rectarum ML, RH. Rurſus cum arcus AM, AR ſinguli ſint (198) aequales rectis ML, RH, etiam illorum differentia RM aequabitur differentiae harum OH. Demum quia tangens AT perpendicularis eſt ad axem AB, ſeu parallela ad KH, vel RP, triangulum AMT erit ſimile RMP, & AT ad TM, ut RP ad RM. Sunt vero aequales AT, TM; ergo & aequabuntur RP, RM, ſive RP, OH. Cum itaque in triangulis MRP, LOH latera duo MR, RP aequentur duobus LO, OH, & (ob parallelas MR, LO) angulus MRP aequetur angulo LOH, etiam angulus MPR erit aequalis angulo LHO, ſeu LHR; conſequenter ſunt parallelae MP, LH, atque adeo etiam MA, LZ.

Corollarium.

200. Quia ſunt parallelae tam rectae ML, PH, quam (199) reliquae MP, LH; quadrilaterum PMLH erit parallelogrammum, & ita MP aequabitur ipſi LH.

Lemma III.

201. *Chorda AM (Fig. 47.) arcus circuli genitoris intercepti inter verticem A, & rectam LE parallelam baſi CS, & tranſeuntem per punctum M, aequatur dimidio arcui cycloidis AL.*

Eadem conſtructione manente, ducatur chorda AR, tum centro A, & radio AR deſcribatur arcus infinite parvus RI, qui non differet a recta perpendiculari ad MP. Qnoniam ex demonſtratis (199) inter ſe aequantur MR, RP, iſoſceles erit triangulum MRP, & ideo recta RI ex vertice ejus R ad baſim MP perpendiculariter ducta, biſecabit ipſam in puncto I; conſequenter MI di-

midia

midia erit MP, vel (200) LH. Eſt autem MI elementum infinite parvum variationis chordae AM, & LH quantitas infinite parva, qua eodem tempore mutatur arcus cycloidis AL; igitur mutationes momentaneae chordae AM erunt ſemper dimidiae mutationum, quae fiunt eodem tempore in arcu cycloidis AL, & propterea etiam tota chorda AM erit dimidia arcus cycloidis AL.

COROLLARIUM I.

202. Hinc longitudo ſemicycloidis ALS dupla erit diametri AB circuli genitoris.

PROPOSITIO XXXVIII.

203. *SI pendulum ſimplex AV (Fig. 48.) circa punctum fixum A rotetur, & globus V filo AV ſuſpenſus, & inſtar puncti conſideratus oſcillando deſcribat arcum circuli PVQ; idem huic globo accidet motus, ac ſi in arcu immoto circuli PVQ, ſublato filo, vi gravitatis urgente promoveretur.*

Adducto globo ad punctum P, agatur PF perpendicularis ad horizontem, quae (148) vim gravitatis abſolutae corporis repraeſentet. Hoc facto, ſi ducta tangente PM, & ad illam perpendiculari FG, compleatur parallelogrammum EPGF, evidens eſt, vim PF reſolvi poſſe in duas PG, PE. Atqui cum vis PE agat directione per punctum ſuſpenſionis A tranſeunte, tota elidi debet per reſiſtentiam fili a pondere inſuperabilem; igitur globus in loco P conatur ſolum deſcendere vi PG, & quidem juxta directionem tangentis PM. Finge in praeſens, globum ſublato filo incumbere immobili arcui PVQ. Quoniam idem arcus ſpectari poteſt velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus rectis conſtans, cujus unum in P poſitionem

nem habet tangentis PM, utique globus in loco P perinde urgebitur ad deſcenſum, ac ſi a gravitate relativa ad deſcenſum impelleretur ſuper planum inclinatum PM. Atqui in hoc plano conatur ſolum deſcendere vi PG, cum altera vis PE, quae prius elidebatur per reſiſtentiam fili AP, modo elidatur a ſuſtinente plano PM; ergo in loco P idem motus accidere debet globo, ſive ipſe filo ſuſpenſus ſit, ſive ſublato filo incumbat immobili arcui PVQ. Cum vero idem oſtendi poſſit in reliquis etiam arcus ejuſdem punctis, conſtabit veritas theorematis.

SCHOLIUM.

204. Non ſolum haec proprietas convenit pendulo libere oſcillanti, verum etiam pendulo impedito. Et ſane pendulum ſimplex CV (*Fig.* 49.) inter duas laminas CTA, CXB immotas, & ſe tangentes in puncto C, ita oſcilletur, ut filum CV in ſitu ad horizontem normali utramque laminam tangat in puncto C; dum vero pendulum oſcillatur, pars fili ſuperior, velut CT, laminae curvae exacte circumplicetur, parte altera TP in directum tenſa. Per hanc fili ad laminas applicationem, perpetuo impeditur motus globi in circulo, cogiturque deſcribere curvam aliam AVB. Haec autem curva (uti ex geneſi ejus liquet) conſtat ex infinitis, atque infinite parvis arcubus circulorum, quorum radii creſcunt pendulo deſcendente ex A in V, decreſcunt vero aſcendente ipſo ex V in B. Hinc ſuperiori adhibito (203) ratiocinio, demonſtrabitur globus V ex filo pendens, eodem modo deſcendere in hac curva, ac ſi libere, & abſque filo per illam immotam promoveretur.

COROLLARIUM.

205. Omnia ergo quae de motu gravium in curvis lineis demonſtravimus, etiam in motu penduli habent locum. Itaque 1.° pendulum (*Fig.* 48.) oſcillans per

arcus

arcus circuli inaequales, acquirit in infimo puncto V velocitates, quae ſunt (192) ut chordae arcuum eorundem. 2.° Velocitas a pendulo acquiſita (*Fig.* 48. 49.) poſt percurſum arcum PV, eſt (186) aequalis illi, quam acquireret libere deſcendendo ex L in V. 3.° Pendulum eodem tempore quo cadit ex P in V, aſcendet quoque ex V in Q, ubi (190) omnem prorſus amittet celeritatem. At cum vi gravitatis ibi denuo urgeatur, pendulum non perſtabit in loco Q, ſed relabetur ad infimum punctum V, & inde migrabit rurſus ad punctum B; ſicque itu, & reditu ſemper oſcillaretur, ſi aer, & rigiditas fili ad punctum ſuſpenſionis, motum ejuſdem penduli non turbarent. Compertum enim eſt experientia, aeris reſiſtentiam in ſingulis penduli vibrationibus tam deſcriptorum arcuum magnitudinem, quam tempus quo deſcribuntur, ſenſim minuere, ita ut pendulum quod ab initio utrinque a verticali per arcus 20, aut 30 graduum excurrebat, deinde ſemper minores conficiat, ac numerus vibrationum factarum intra unam horam, minor ſit quam numerus earum, quas altera hora abſolvit. Et quamvis haec differentia ſit exigua, operae tamen pretium eſt etiam occurrere huic malo, praecipue ſi agatur de aſtronomicis obſervationibus.

PROPOSITIO XXXIX.

206. *SI laminae curvae (Fig. 49.) CTA, CXB ſint ſemicycloides inverſae, quarum altitudo EA, ſeu diameter circuli genitoris ſit aequalis dimidiae longitudini CD penduli CV; grave V oſcillando percurret inverſam cycloidem AVB, cujus medietates VA, VB ſunt prioribus ſimiles, & aequales.*

Ductis TG, PH parallelis baſi AB, jungantur AG, DH. Semicyclois CTA dupla eſt (202) rectae EA, vel

vel CD, & ideo aequalis integro filo CV; unde pervento filo in ſitum TP, cycloidis arcus TA aequabitur parti fili TP tangenti curvam in puncto T, atque adeo parallelae (199) ad chordam GA. Sed idem arcus TA duplus (201) eſt quoque chordae GA, vel TK; ergo etiam TP dupla erit ipſius TK, & ideo aequabuntur TK, KP. Parallelae ergo GT, PH aequali intervallo diſtant a recta AD; unde ex ſemicirculis aequalibus EGA, DHV abſcindent aequales arcus AG, DH. Sed dimidium arcus AG menſura eſt anguli GAD, & dimidium arcus DH menſura anguli ADH; ergo & angulus GAD aequabitur ADH, & idcirco erunt parallelae GA, DH, atque adeo etiam KP, DH. Eſt autem & PH parallela ipſi KD; quadrilaterum ergo PKDH erit parallelogrammum, cujus proinde oppoſita latera PH, KD erunt aequalia inter ſe. Jam vero (197) eſt AD aequalis ſemicircumferentiae EGA, vel DHV, & AK, vel GT aequalis (198) arcui AG, vel DH; ergo & reliqua KD, vel PH aequabitur reliquo arcui HV. Itaque punctum P eſt (198) in cycloide AVB deſcripta a genitore circulo DHV, qui eſt aequalis alteri EGA; & propterea cycloidis hujus medietates VA, VB aequales erunt, & ſimiles medietatibus aliis CTA, CXB.

PROPOSITIO XL.

207. *SI grave oſcilletur (Fig. 50.) in inverſa cycloide AVB, cujus vertex eſt infimum punctum V; vis acceleratrix qua ad deſcenſum urgetur in loco P, eſt ad vim acceleratricem qua conatur deſcendere in alio loco O, ut arcus PV ad arcum CV.*

Ductis ex P, & O ad baſim AB parallelis PQ, OR occurrentibus circulo genitori in H, & S, jungantur VH; VS. Globus in loco P deſcendere nititur verſus

V in

V vi gravitatis relativae, qua cadere niteretur (203) in plano inclinato tangente curvam in puncto P. Sed tangens ducta ad punctum P parallela eſt (199) chordae HV; ergo vis acceleratrix qua globus in loco P verſus V urgetur, eadem erit prorſus cum gravitate relativa, qua in loco H conatur globus deſcendere per chordam HV. Simili modo oſtendam, vim acceleratricem qua globus in loco O urgetur ad deſcendendum per arcum OV, aequalem eſſe gravitati relativae, qua in loco S cadere niteretur per chordam SV. Sed quia chordae HV, SV aequali (168) tempore percurruntur, vires, ſeu gravitates relativae (123) erunt ut ipſae chordae; ergo & vis qua grave urgetur in loco P, erit ad vim qua impellitur in loco O, ut chorda HV ad chordam SV, ſive ut arcus PV qui (201) duplus eſt chordae HV, ad arcum OV, duplum chordae SV.

PROPOSITIO XLI.

208. *Tempora, quibus pendulum deſcendit per arcus cycloidis utcunque inaequales, ſunt aequalia inter ſe.*

Deſcendant ſimul duo globi ex locis P, & O (*Fig.* 50.) per arcus utcunque inaequales PV, QV, & tempus quo globus P deſcendit ex P in V, diviſum intelligatur in partes aequales infinite parvas; arcus autem PE, OF ſint ſpatiola in prima parte temporis abſoluta. Quia vires acceleratrices in locis P, O tempore infiniteſimo pro conſtantibus (32) ſunt habendae, erit (123) PE ad OF, ut vis acceleratrix in P ad vim acceleratricem in O, vel (207) ut arcus PV ad arcum OV, vel ut reliquus EV ad reliquum FV. Sed etiam ſpatiolum ſecunda parte temporis abſolutum a globo cadente ex loco E, eſt (123) ad ſpatiolum factum ab altero globo O cadente ex loco F, ut vis acceleratrix

in lo-

in loco E ad vim acceleratricem in loco F, ſive (207) ut arcus EV ad arcum FV, aut ut arcus PV ad arcum OV, & ſic ſemper; ergo & ſumma omnium ſpatiolorum a globo P factorum in tempore quo deſcendit ex P in V, erit ad ſummam totidem ſpatiolorum eodem tempore percurſorum ab alio globo O, ut PV ad OV. Sed ſumma omnium ſpatiolorum a globo P factorum in tempore quo deſcendit ex P in V, eſt aequalis arcui PV; ergo & ſumma totidem ſpatiolorum eodem tempore abſolutorum ab altero globo O, aequabitur arcui OV, atque adeo pendulum cadens ex loco O, deſcribet arcum OV eodem tempore illo, quo cadens ex loco P, abſolvit arcum PV.

COROLLARIUM I.

209. Quia (204) idem motus accidit globo, ſive ſuſpenſus filo per arcus cycloidis oſcilletur, ſive ſolutus filo deſcendat ſupra immotam cycloidem AVB; patet, ipſum ſolutum filo, ſemper eodem tempore perventurum eſſe ad cycloidis infimum punctum V, ſive deſcenſum inchoet a puncto P, ſive ab inferiori alio puncto O.

COROLLARIUM II.

210. Cum per inaequales arcus PV, OV cadat pendulum eo tempore, quo aſcendit per arcus (205) VQ, VR prioribus ſimiles, & aequales; evidens eſt, etiam penduli vibrationes per ejuſdem cycloidis utcunque inaequales arcus PVQ, OVR, ſemper eſſe iſochronas, ſive aequidiuturnas.

COROLLARIUM III.

211. Quoniam curvatura cycloidis prope V ad ſenſum haud differt a curvatura circuli radio CV deſcripti; conſequens eſt, ut ſi iſochroniſmus in ejuſdem cycloidis inaequalibus arcubus obſervatur, idem ſubſiſtere

quo-

quoque debeat in arcubus inaequalibus circuli prope V acceptis. Et quidem conſtat experientia, pendulum oſcillans in circulo, ſi in utramque a verticali partem per exiguos arcus inaequales, veluti 2, & 3 graduum excurrat, vibrationes habere admodum exacte iſochronas.

Corollarium IV.

212. Quia in majoribus horologiis, quae longioribus pendulis ſunt inſtructa, fiunt oſcillationes per exiguos arcus circuli, & contra in minoribus horologiis per arcus reſpective longiores excurrunt; ideo noſtris temporibus tantum minoribus horologiis aptantur pendula inter duas laminas cycloidales, majoribus vero pendula ſine hujuſmodi laminis exiguos arcus circuli percurrentia. Hac enim ratione tam in majoribus horologiis, quam in minoribus exacte obſervatur iſochroniſmus.

Scholium.

213. Hinc regulae conflictus corporum ope pendulorum in exiguis circuli arcubus oſcillantium, ad examen facile revocantur. Pendeant enim (*Fig.* 52.) corpora ſphaerica C, D filis parallelis, & aequalibus AH, BG, a punctis A, B in plano verticali conſtitutis, & aeque altis, quorumque diſtantia AB aequalis ſit ſummae ſemidiametrorum globorum C, D. Centris A, B, & intervallis aequalibus AH, BG deſcribantur in plano verticali exigui circulorum arcus HE, GF, in quibus capiantur portiones H1 & G1, H2 & G2, H3 & G3 &c. tales, ut earum chordae ſint ut numeri 1, 2, 3 &c. reſpective. Si globus C tenſo filo AH, ita attollatur, ut filum tranſeat per punctum 3 arcus HE; globus vero D ſimiliter attollatur ad punctum 2 arcus GF, atque ſimul demittantur; hi duo globi ſimul (211) pervenient ad puncta infima, ubi ſe ſe contingent, & in ſe mutuo directe incurrent cum velocitatibus, quae erunt (205) inter ſe ut numeri 3, & 2, ſive ut chordae

curvum

arcuum H3, G2. Quod ſi poſt ictum globus D aſcendat ad punctum 3 in arcu GF, & globus C in arcu HE aſcendat ad punctum 2; erit (192) velocitas globi D ad velocitatem globi C poſt ictum, ut 3 ad 2. Atque hoc modo cognitis ponderibus globorum, quae ſunt ut quantitates materiae in ipſis contentae, eorumque velocitatibus tam ante, quam poſt conflictum, facile erit experientiae ſubjicere regulas motuum ex conflictu tam in corporibus elaſticis, quam in illis, quae ſunt elaterio deſtituta.

PROPOSITIO XLII.

214. *SI grave libere cadat (Fig. 49.) per axem DV cycloidis AVB, inde autem velocitate hoc lapſu acquiſita, uniformiter revolvatur in circumferentia circuli DHVZ; tempus quo abſolvit dimidiam circumferentiam DHV, erit ad tempus lapſus liberi per DV, ut dimidia circumferentia DHV ad duplum diametri DV.*

Corpus eadem velocitate quam acquiſivit lapſu libero per DV, & qua uniformiter deſcripſit dimidiam circumferentiam DHV, percurrat quoque aequabiliter rectam CV; eritque (6) tempus quo deſcripſit aequabiliter DHV, ad tempus quo uniformiter percurrit rectam CV, ut DHV ad CV. Sed quia CV eſt (*ex hyp*) dupla ipſius DV, tempus quo grave aequabiliter abſolvit rectam CV, eſt (134) prorſus idem cum tempore lapſus liberi per DV; ergo etiam tempus quo deſcripſit aequabiliter DHV, erit ad tempus lapſus liberi per DV, ut DHV ad CV, ſive ut DHV ad duplum diametri DV.

LEMMA.

215. *SI a duobus punctis H, D circumferentiae circuli HDGV (Fig. 51.) agantur tangentes HI, DI, & ducta diametro DV, & chorda DH, jungatur VH occurrens tangenti DI in F; tres rectae ID, IH, IF mutuo aequabuntur.*

 Duca-

Ducatur IL parallela ipſi FH. Quoniam rectus eſt in ſemicirculo angulus DHV, etiam rectus erit deinceps poſitus DHF; conſequenter erit FH perpendicularis ipſi HD, ac propterea etiam IL, quae parallela eſt ad FH, erit perpendicularis eidem HD. Verum ob aequales tangentes IH, ID, iſoſceles eſt triangulum HID; igitur recta IL ex vertice I perpendiculariter ducta ad ejus baſim HD, eam biſecabit in puncto L, ideoque aequales erunt DL, LH. Verum ob parallelas IL, FH, eſt DI ad IF, ut DL ad LH; ergo aequabuntur quoque DI, IF, atque adeo tres rectae ID, IH, IF mutuo ſunt aequales.

COROLLARIUM.

216. Ergo erit IH dimidia rectae FD, ſeu IH erit ad FD, ut 1 ad 2.

PROPOSITIO XLIII.

217. *Tempus quod grave impendit in percurrenda ſemicycloide APV* (*Fig.* 49.), *eſt ad tempus quo aequabiliter cum velocitate lapſu per DV acquiſita, deſcribit dimidiam circumferentiam DHV, ut penduli longitudo GV ad ejus medietatem DV.*

Ductis ordinatis infinite propinquis PL, MN, genitori circulo occurrentibus in H, R, agantur per H rectae VF, HI, quarum altera ſecet, altera tangat circulum in puncto H, & jungatur DH. Finge modo pendulum ex A demiſſum, percurriſſe finitum arcum AP; utique in P habebit illam velocitatem, quam (205) obtineret lapſu libero per DL, eamque poſtea (33) conſervabit per totum arcum infinite parvum PM; ergo velocitas gravis in P erit ad ejuſdem velocitatem in H, ut velocitas acquiſita lapſu per DL ad velocitatem acquiſitam lapſu per DV, ſive (138) ut DH ad DV,

aut

aut HF ad FD, ob ſimilia triangula VDH, DFH. Jam cum aequabiles ſint motus (33) per arcus infinite parvos HR, PM, tempus per HR erit ad tempus per PM in ratione (20) compoſita ex ratione HR ad PM, & ex ratione velocitatis in P ad velocitatem in H. Sed HR eſt (200) ad PM, ut HR ad HO, vel ut HI ad HF, & velocitas in P eſt (*ex demonſtr*) ad velocitatem in H, ut HF ad FD; ergo tempus per HR erit ad tempus per PM in ratione compoſita ex ratione HI ad HF, & ex ratione ejuſdem HF ad FD, hoc eſt erit ut HI ad FD, ſive (216) ut 1 ad 2, aut ut DV ad CV, & invertendo, tempus per PM erit ad tempus per HR, ut CV ad DV. Sed tot ſunt arculi PM in ſemicycloide APV, quot ſunt arculi HR in dimidia circumferentia DHV; ergo cum tempus per ſingulos PM ſit ad tempus per ſingulos HR in eadem ſemper ratione CV ad DV, conſequens eſt, ut etiam tempus quo grave cadit per ſemicycloidem APV, ſit ad tempus quo percurrit dimidiam circumferentiam DHV in eadem pariter ratione CV ad DV.

PROPOSITIO XLIV.

218. *Tempus quod grave impendit in percurrenda ſemicyloide APV (Fig. 49.) eſt ad tempus quo deſcenderet libere per dimidiam penduli longitudinem, ſeu ejus axem DV, ut dimidia circumferentia DHV ad diametrum ejus DV.*

Tempus quod grave impendit in percurrenda ſemicycloide APV, eſt (217) ad tempus quo aequabiliter cum velocitate lapſu per DV acquiſita, deſcribit dimidiam circumferentiam DHV, ut CV ad DV. Sed tempus quo deſcribit dimidiam circumferentiam DHV, eſt (214) ad tempus deſcenſus liberi per DV, ut dimidia circumferentia DHV ad duplum diametri DV, ſive

 ut

ut dimidia circumferentia DHV ad CV; ergo ex aequo perturbate, tempus quod grave impendit in percurrenda ſemicycloide APV, erit ad tempus deſcenſus liberi per DV, ut dimidia circumferentia DHV ad diametrum ejus DV.

Corollarium I.

219. Quia tempus quod grave impendit in percurrenda ſemicycloide APV, eſt idem cum tempore (208) quod inſumit deſcendendo per quemlibet ejus arcum PV; liquet, tempus quo grave cadit per quemvis arcum cycloidis PV, eſſe ad tempus quo deſcenderet libere per dimidiam penduli longitudinem, ut dimidia circumferentia DHV ad diametrum ejus DV.

Corollarium II.

220. Si ergo in praecedenti analogia antecedentes termini duplicentur, etiam tempus unius oſcillationis penduli per quemvis arcum cycloidis PVQ erit (205) ad tempus deſcenſus liberi per dimidiam penduli longitudinem, ut circumferentia DHVZ ad diametrum ejus DV, ſive ut 314 ad 100.

Corollarium III.

221. Quoniam ea quae demonſtravi circa oſcillationes penduli per arcus cycloidales, etiam transferri poſſunt ad penduli oſcillationes, quae per exiguos arcus circuli (211) perficiuntur; evidens eſt, tempus quoque unius oſcillationis per quemvis exiguum arcum circuli eſſe ad tempus deſcenſus liberi per dimidiam penduli longitudinem, ut circumferentia circuli ad diametrum, ſive ut 314 ad 100.

Corollarium IV.

222. Ergo etiam quadratum temporis unius oſcillationis per exiguum arcum circuli erit ad quadratum tem-

temporis quo grave libere cadit per dimidiam penduli longitudinem, ut quadratum circumferentiae ad quadratum diametri, ſive ut 98596 ad 10000.

PROPOSITIO XLV.

223. *SI grave P (Fig. 53.) libere cadat ex A in C tempore illo, quo ex filo pendens per exiguum arcum circuli unam complet oſcillationem; dimidia penduli longitudo AE erit ad AC, ut quadratum diametri ad quadratum circumferentiae, ſive ut* 10000 *ad* 98596.

Tempus deſcenſus per AE eſt (*ex hyp*) ad tempus deſcenſus per AC, ut tempus deſcenſus per dimidiam penduli longitudinem ad tempus unius oſcillationis, & quadratum temporis deſcenſus per AE erit ad quadratum temporis deſcenſus per AC, ut quadratum temporis deſcenſus per dimidiam penduli longitudinem ad quadratum temporis unius oſcillationis. Sed (134) AE eſt ad AC, ut quadratum temporis deſcenſus per AE ad quadratum temporis deſcenſus per AC; ergo etiam AE erit ad AC, ut quadratum temporis deſcenſus per dimidiam penduli longitudinem ad quadratum temporis unius oſcillationis, ſive (222) ut quadratum diametri ad quadratum circumferentiae, hoc eſt ut 10000 ad 98596.

COROLLARIUM.

224. Hinc data longitudine penduli, quod intra minutum ſecundum ſingulas facit oſcillationes per qualeſcunque arcus cycloidis, vel per exiguos arcus circuli, neceſſario dabitur etiam ſpatium, quod a gravi intra primum minutum ſecundum lapſus perpendicularis conficitur. Si enim fiat, ut 10000 ad 98596, ita dimidia penduli longitudo ad quartum terminum proportionalem; hic (223) dabit ſpatium quod intra primum minutum ſecundum abſolvit grave.

SCHOLIUM I.

225. Hac methodo *Hugenius* uſus eſt, dùm ſpatium a libere cadente gravi unius minuti ſecundi tempore abſolutum, invenit eſſe pedum pariſinorum 15 $\frac{1}{12}$ Nam ipſe parte 4.ª *Horologii oſcillatori* prop. 25 longitudinem penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis invenit ped. 3, lin. 8 $\frac{1}{2}$. Cum vero pes unus contineat 12 digitos, & unus digitus 12 lineas, ideoque pes unus lineas 144; longitudo illa penduli erat lin. $\frac{881}{2}$, & dimidia longitudo lin. $\frac{881}{4}$. Unde ſi fiat, ut 10000 ad 98596, ita $\frac{881}{4}$ ad quartum terminum proportionalem, hic dabit (223) ſpatium, quod tempore unius minuti ſecundi a libere cadente gravi percurri poteſt. Hoc autem ſpatium per regulas proportionum invenitur proxime lin. 2172, qui numerus diviſus per 144, dat pedes 15 $\frac{1}{12}$

SCHOLIUM II.

226. At *Mairanius* poſt plures obſervationes incredibili cum diligentia factas, & relatas in commentariis Accad. Reg. ſcient. paris. ad ann. 1735, invenit longitudinem penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis, eſſe proxime pariſinorum ped. 3, lin. 8 $\frac{5}{9}$, & haec longitudo cum illa convenit, quam anno 1682 invenerunt *Warenius*, & *Des Hajes*, & qua *Nevvtonus* in libro tertio Principiorum uſus eſt. Haec longitudo eſt etiam media inter illas, quas *Piccardus*, & *Richerius* invenere; unde tutiſſima habenda eſt. Propterea ſi utamur etiam accuratiori ratione diametri ad circumferentiam

nempe

nempe 10000 ad 31415, inveniemus ſpatium uno minuto ſecundo deſcenſu perpendiculari Pariſiis deſcriptum, eſſe ped. 15, digit. 1, lin. $\frac{1}{9}$, uti *Newtonus* deſinivit.

PROPOSITIO XLVI.

427. *SI maſſae aequales* (*Fig.* 53. 54.) *corporum* P, Q, *quibus pendula iſochrona ſunt inſtructa, diverſis motricibus gravitatibus urgeantur; longitudines pendulorum erunt ut gravitates motrices.*

Tempus unius oſcillationis penduli AP eſt (223) ad tempus lapſus liberi per dimidiam penduli longitudinem AE, ut circumferentia circuli ad diametrum. Ex eadem ratione tempus unius oſcillationis penduli HQ eſt ad tempus lapſus per dimidiam penduli longitudinem HF, ut circumferentia circuli ad diametrum; igitur tempus unius oſcillationis penduli AP erit ad tempus lapſus liberi per AE, ut tempus unius oſcillationis penduli HQ ad tempus lapſus liberi per HF, & permutando, tempus unius oſcillationis penduli AP erit ad tempus unius oſcillationis penduli HQ, ut tempus lapſus liberi per AE ad tempus lapſus liberi per HF. Sed (*ex hyp*) tempora oſcillationum in utroque pendulo ſunt aequalia; ergo etiam tempora quibus corpora P, Q libere cadunt per rectas AE, HF, erunt aequalia inter ſe. Sed vires conſtantes quae urgent aequales maſſas, ſunt (123) ut ſpatia ab illis pari tempore abſoluta; ergo & gravitates motrices quae vires (130) conſtantes ſunt, erunt ut rectae AE, HF, ſive ut longitudines pendulorum AB, HP.

Corollarium I.

228. Quia gravitates motrices duorum corporum habentium aequales maſſas, ſunt (129) ut gravitates acceleratrices; patet, longitudines pendulorum in hac hypotheſi eſſe etiam ut gravitates acceleratrices.

Corollarium II.

229. Si vires itaque gravitatis acceleratricis diverſae eſſent in variis terrae locis, illarum ratio cognoſci poſſet ex ratione diverſarum longitudinum pendulorum iſochronorum.

Corollarium III.

230. Cum vero accuratae obſervationes ab Accademicis Londinenſibus, & Pariſienſibus inſtitutae in variis terrae regionibus, evincant longitudines pendulorum ad ſingula minuta ſecunda oſcillantium, in qualibet globi terraquei latitudine non eſſe aequales; ſed eas decreſcere pergendo a polo ad aequatorem; ſequitur, etiam vires gravitatis acceleratricis non eſſe inter ſe aequales in omnibus terrae locis, ſed eas decreſcere pergendo a polo ad aequatorem, adeo ut maxima ſit ſub polis, minima ſub aequatore, & in intermediis locis media.

Scholium.

231. Nedum minui ſolet gravitas corporis ſuspenduli dum transfertur a polo ad aequatorem, ſed etiam quando ipſum in eadem poſitum latitudine, longius removetur a centro terrae. Id vero facile demonſtrabitur, ſi repetitis obſervationibus determinetur longitudo penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis, primo quidem ad pedem majorum montium, tum etiam in eorum vertice. Hunc in modum *Bouguerius* magno numero coeptis experimentis deprehendit, ſub aequatore

ad

ad littus maris longitudinem penduli eſſe ped. 3. lin. 7 $\frac{21}{100}$, hoc eſt lin. 439 $\frac{21}{100}$; in altitudine vero 14604 pedum ſupra lineam libellae maris eandem notavit ped. 3. lin. 6 $\frac{69}{100}$, hoc eſt lin. 438 $\frac{69}{100}$. Unde gravitas acceleratrix in maris littore erit (228) ad gravitatem acceleratricem in altitudine 14604 pedum ſupra libellam maris, ut 439 $\frac{21}{100}$ ad 438 $\frac{69}{100}$, ſive ut $\frac{43921}{100}$ ad $\frac{43869}{100}$, aut ut 43921 ad 43869, vel ut 10000 ad 9988 quamproxime; conſequenter in hac quoque ratione erunt gravitates motrices, ſeu pondera ejuſdem corporis in utroque loco. Propterea ſi corpus in maris littore habeat pondus ut 10000, idem poſtea translatum ad altitudinem 14604 pedum ſupra libellam maris; habebit pondus ut 9988, ſive amittet 12 decies milleſimas partes ponderis quod habet ad littus maris; atque adeo haec ponderum differentia abſque errore phyſico poteſt negligi, veluti ſupra (130) oſtenſum fuit.

PROPOSITIO XLVII.

232. *Gravitas acceleratrix ſub circulo arctico eſt ad gravitatem acceleratricem ſub aequatore, ut* 10000 *ad* 9955 *quamproxime.*

Juxta obſervationes ſub circulo arctico a *Maupertuiſio* inſtitutas, longitudo penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis, eſt ped. 3. lin. 9 $\frac{17}{100}$, ſeu lin. 441 $\frac{17}{100}$. Juxta vero alias obſervationes a *Bouguerio* factas ſub aequatore, longitudo penduli iſochroni eſt ped. 3. lin. 7 $\frac{21}{100}$, hoc eſt lin. 439 $\frac{1}{100}$; unde gravitas acceleratrix ſub

ſub circulo arctico erit (228) ad gravitatem acceleratricem ſub aequatore, ut $441\frac{17}{100}$ ad $439\frac{21}{100}$, ſive ut $\frac{44117}{100}$ ad $\frac{43921}{100}$, aut ut 44117 ad 43921, aut ut 10000, ad 9955 quamproxime.

Corollarium.

233. Quia gravitates acceleratrices ſub circulo arctico, & aequatore ſunt ut gravitates (129) motrices, aut pondera ejuſdem corporis in illis locis; etiam pondus corporis ſub circulo arctico erit ad ejus pondus ſub aequatore, ut 10000 ad 9955. Quare ſi corpus ſub circulo arctico habeat pondus ut 10000, idem poſtea translatum ad aequatorem, habebit pondus ut 9955, ſive amittet 45 decies milleſimas partes ponderis, quod ſub circulo arctico habet.

Scholium.

234. Quae de motu pendulorum hactenus demonſtravi ſolummodo habent locum, quando gravitas corporis quod ſuſpenditur, veluti coacta in punctum eſt, & filum praeterea ex quo pendet, vel nullam omnino habet gravitatem, vel tam exiguam relate ad corporis pondus, ut ipſa negligi tuto poſſit; quamobrem filo tenui, & globo exiguo, ſed ex materia graviſſima conflato utendum eſt. At ſi filum ſit gravitatis ſenſibilis relate ad pondus corporis quod ſuſpenditur, & hoc corpus praeterea fuerit ſatis magnum, tunc leges ſuperius demonſtratae valde turbari debent; neque enim pendulum amplius ſimplex eſt, ſed compoſitum, cum perinde ſit ac ſi plura pondera eidem lineae, ſeu virgae inflexili, & gravitatis experti in diverſis locis applicarentur, quae ſingula cum diverſa celeritate moverentur. Iſta igitur pendula compoſita ad ſimplicia revocantur, determinando nimirum in iis punctum, in

quo

quo ſi colligeretur totius penduli compoſiti gravitas, oſcillationes ſingulae eodem adhuc tempore conficerentur, quo ante in pendulo compoſito abſolvebantur. Hoc autem punctum vocatur *centrum oſcillationis*, & ipſius a puncto ſuſpenſionis diſtantia, aequatur longitudini penduli ſimplicis, cujus ſingulae oſcillationes ſunt aequidiuturnae cum oſcillationibus penduli compoſiti. De compoſito pendulo hic non agimus, quod ejus theoria nequeat tradi abſque algebraicis ſignis, a quibus in hoc tractatu perpetuo abſtinemus.

CAPUT XII.

De motu projectorum, ſive ex vi primitus impreſſa, & actione gravitatis oriundo.

LEMMA

235. *SI duae vires conſtantes ſimul agant in idem corpus ſecundum directiones quemvis angulum comprehendentes, corpus deſcribet rectam; at ſi una vis fuerit inſtantanea, & alia conſtans; corpus deſcribet curvam.*

I. Corpus C (*Fig.* 55.) eodem tempore urgeatur duabus conſtantibus viribus P, *p*, quarum altera agat directione CD, altera directione CA; ſitque illa tanta, ut intra tria tempuſcula infinite parva, & aequalia corpus ex C veniret in D; haec, ut idem ex C pertingeret in A iiſdem tempuſculis, ſi vis utraque ageret ſeparatim. Si jam rectae CD, CA ſic dividantur in punctis E, F, G, H, ut partes CE, CG referant ſpatia primo tempuſculo abſoluta, reliquae vero CF, CH ſpatia repraeſentent, quae primis duobus tempuſculis ſunt percurſa, & compleantur parallelogramma GE, HF, AD; manifeſtum eſt (89) corpus poſt primum tempuſculum fore in

re in K, poſt ſecundum in L, & tertio denique elapſo, in B. Demum cum rectae CE & CG, CF & CH, CD & CA exponant (*ex hyp*) ſpatia eodem tempore abſoluta, ipſa erunt (123) quoque ut vires P, *p*; conſequenter CE, CF, CD erunt proportionales partibus CG, CH, CA, ſeu rectis EK, FL, DB. Sunt vero inter ſe aequales anguli ad E, F, D; igitur junctis rectis CK, CL, CB, triangula CEK, CFL, CDB erunt ſimilia inter ſe, & anguli ECK; FCL, DCB aequales. Sed eorum latera CE, CF CD ſunt in eadem recta CD; ergo etiam latera CK, CL, CB erunt in eadem recta CB.

II. At ſi (*Fig.* 56.) inſtantanea ſit vis P, & altera vis *p* conſtans, tunc motus per CD erit (59) uniformis, & per CA uniformiter (107) acceleratus; unde rectae CE, CF, CD erunt (6) ut tempuſcula quibus deſcripta ſunt, ſive ut 1, 2, 3; reliquae vero CG, CH, CA ut (119) illarum quadrata, ſive ut 1, 4, 9. Igitur rectae CE, CF, CD non ſunt proportionales cum rectis CG, CH, CA, ſive cum rectis EK, FL, DB. Sunt vero aequales anguli ad E, F, D; igitur junctis CK, CL, CB, triangula CEK, CFL, CDB non ſunt ſimilia inter ſe, ac proinde anguli ECK, FCL, DCB ſunt invicem inaequales. Atqui horum latera CE, CF, CD in eadem ſunt CD recta; igitur reliqua latera CK, CL, CB eſſe debent in variis rectis, hoc eſt puncta C, K, L, B ad curvam lineam pertinebunt.

Corollarium I.

236. Directio CD potentiae P (*Fig.* 57. 58. 59.) curvam tangit in puncto C. Nam quamprimum corpus moveri incipit per CD, nec directionem CD, nec DI ſequitur, ſed mediam aliam; unde CD nullum aliud punctum praeter C, habet commune cum curvae ramo CKLB. Eadem ratione ſi directio potentiae P eſſet CP, haec cum alio ramo curvae non conveniret quam in C; unde CD utrinque producta, extra curvam erit, & ideo hanc tanget in puncto C. Coro-

Corollarium II.

237. Hinc curva CKLB erit parabola cujus diameter eſt CI, & diametri vertex C. Agantur enim HK, LG, BA tangenti CD parallelae. Quia inſtantanea eſt vis P, ſpatia CE, CF, CD ſunt (6) inter ſe, ut tempora quibus percurſa ſunt, ideoque iis aequales HK, GL, AB exponunt tempora ab initio motus computata. Sed quia vis *p* ponitur eſſe conſtans, ſpatia CH, CG, CA ſunt (119) ut quadrata temporum, ſive rectarum HK, GL, AB; ergo curva CKLB eſt parabola ad diametrum CI relata, in qua rectae CH, CG, CA ſunt *abſciſſae*, reliquae vero HK, GL, AB parallelae ad tangentem CD, ſunt eidem diametro *ordinatae*.

Corollarium III.

238. Unde ſi corpus C (*Fig.* 57. 58. 59.) projiciatur ſecundum directionem CD horizonti parallelam, aut ipſi obliquam, ejuſdem trajectoria erit parabola CKLB, cujus diameter eſt CI, & diametri vertex C. Nam corpus C duplici vi urgetur, altera iſtantanea projectionis, quae ipſi imprimitur juxta CD, altera acceleratrice conſtanti, quae procedit ex gravitate, agitque ſemper ſecundum rectam CI verticalem, ſive normalem ad horizontem; igitur trajectoria CKLB erit (237) parabola, cujus diameter eſt CI.

Definitio XXX.

239. Si CD (*Fig.* 60.) ſit directio projectionis, CI directio gravitatis, & CSN parabola a projecto deſcripta; punctum C dicitur *locus projectionis*; & ſi L ſit ſcopus feriendus, recta CL *longitudo jactus* vocatur.

Definitio XXXI.

240. Si CD ſurſum tendat (*Fig.* 60.), ſeu ſi obtuſus ſit angulus DCI, corpus projectum primo aſcendit uſque

que

que ad punctum S, verticem parabolae; tum per alterum ramum SN rurſus deſcendit, atque horizontalis CN inter locum projectionis, & occurſum parabolae intercepta, dicitur *amplitudo jactus*. Quando CD (*Fig.* 57.) eſt parallela ad horizontem, aut rectus eſt angulus DCI, corpus ex parabolae vertice C projectum, perpetuo deſcendit in eodem parabolae ramo CB. Denique cum CD (*Fig.* 58.) verſus horizontem deorſum inclinatur, aut acutus eſt angulus DCI, corpus itidem in eodem ramo CB deſcendit, in quo non eſt vertex parabolae; attamen in omnibus hiſce caſibus eſt ſemper CI (237) una ex parabolae diametris.

PROPOSITIO XLVIII.

241. *SI vis qua projicitur corpus C* (*Fig.* 60.) *ſit aequalis illi, quam acquireret deſcendendo per verticalem rectam BC; erit BC pars quarta parametri pertinentis ad diametram CI, & parabolis omnibus communis, quas corpus hac vi impulſum deſcribere poteſt.*

Poſtquam corpus C vim acquiſierit in deſcenſu ex B in C, per obſtaculum repente objectum a directione verticali detorqueatur, & ad directionem CD horizonti inclinatam determinetur; parabola autem CSN ſit trajectoria quam deſcribit: dico, rectam BC eſſe quartam partem parametri pertinentis ad diametrum ejus CI. Nam ſumpta CH aequali ipſi BC, ductaque ex H ordinata HM, agatur MA ad diametrum CI parallela. Conſtat ex dictis (235), corpus C motu compoſito deſcribere arcum CM parabolae eodem tempore illo, quo vi impreſſa per BC acquiſita, aequabiliter pergeret ex C in A, & conſtanti vi gravitatis caderet libere ex C in H; ideoque eadem ſpatia CH, CA aequali tempore deſcribentur. Verum cum ſint aequales BC, CH, corpus C cadit ex C in H eodem tempo-

tempore quo deſcendit ex B in C; igitur idem corpus etiam cadet ex B in C eodem tempore illo, quo vi in lapſu per BC acquiſita, percurreret aequabiliter rectam CA, atque ita (134) CB erit dimidia rectae CA, & quadratum CB, ſive rectangulum ex CH in CB erit pars quarta quadrati CA, vel HM. Sed quadratum HM aequatur rectangulo ex CH in parametrum pertinentem ad diametrum CI; ergo rectangulum ex CH in CB erit pars quarta rectanguli ex eadem CH in parametrum, ideoque CB erit pars quarta parametri pertinentis ad diametrum CI. Idem oſtendi poteſt, ſi corpus C vi per BC cadendo acquiſita, projiciatur juxta aliam directionem.

COROLLARIUM I.

242. Quoniam punctum C (*Fig. 61.*) commune omnibus parabolis CSG, CVR, CHZ, CPN &c., quae vi per BC cadendo acquiſita deſcribi poſſunt, diſtat ab illarum directrice per quartam partem parametri pertinentis ad diametrum CI; patet, verticalem BC eſſe diſtantiam puncti C a directrice omnium harum parabolarum, hoc eſt ſi ex puncto B excitetur ad BI perpendicularis BT, ea erit directrix omnium harum parabolarum.

COROLLARIUM II.

243. Cum punctum C commune ſit parabolis hiſce omnibus, & ejus diſtantia CB a communi omnium directrice aequetur ejuſdem diſtantiae a foco in omnibus parabolis; ſequitur, quod ſi ex puncto C tanquam centro, & radio CB deſcribatur circulus BOKD, in punctis ejus circumferentiae ſint foci omnium parabolarum, quae vi projectionis acquiſita lapſu per CB, deſcribi poſſunt.

PROPO-

PROPOSITIO IXL.

144. *SI vis projectionis ſit eadem, foci eo longius a parabolarum ſuarum vertice diſtant, quo directio vis projectionis eſt propior horizontali.*

Corpus vi acquiſita lapſu libero per BC (*Fig.* 62.) proiiciatur ſecundum rectam CD, quae cum verticali CB faciat angulum BCD. Tum centro C, & radio CB deſcripto circulo BOKM, fiat angulus DCF aequalis alteri BCD, & ex F ad directricem BT demittatur perpendicularis FA. Quia CD tangit (236) in C parabolam CSG, eſtque angulus DCF aequalis alteri BCD, aut ICH, recta CF tranſibit per parabolae ejuſdem focum. Sed per hunc tranſit quoque circulus (243) BOKM; igitur idem focus erit in F, & ideo FA erit ejus diſtantia a directrice, quae idcirco biſecta erit a parabolae vertice S. Quod ſi jam angulus BCD ad rectum magis accedat, etiam arcus BO propior fiet quadranti, & arcus BF qui duplus eſt arcus BO, accedet propius ad ſemicircumferentiam; ergo quo propior eſt recto angulus BCD, eo focus F magis diſtat a puncto B, & a directrice, ſeu eo major eſt recta FA. Atqui FS, nempe diſtantia foci a vertice, dimidia eſt FA; ergo quo propior eſt recto angulus BCD, ſeu quo directio vis projectionis eſt propior horizontali, focus eo longius a vertice parabolae ſuae diſtat.

COROLLARIUM I.

245. Hinc ſi directio CD (*Fig.* 63) vis projectionis ſit horizontalis, ſive ſi rectus ſit angulus BCD, tunc rectus quoque erit deinceps poſitus DCK; & ideo parabola CG deſcripta in hac projectione, habebit (244) focum in puncto K, verticem autem in C. Unde diſtantia foci a directrice erit omnium maxima, & viciſſim diſtantia foci a centro terrae erit omnium minima.

LEMMA

LEMMA.

246. *SI in circulis concentricis ACKM, DFLN (Fig. 64.) accipiantur ſimiles arcus AC, DF, indeque ex C, & F ad tangentes AH, DT demittantur perpendiculares CB, FE; hae erunt ut radii IA, ID.*

Jungantur chordae AC, DF. Quia ſunt ſimiles arcus AC, DF, tot gradus circuli ACKM erunt in arcu AC, quot gradus circuli DFLN ſunt in arcu DF, & ideo ductis radiis IC, IF, angulus AIC aequabitur DIF, & recta IF coincidet cum IC. Jam vero in triangulis AIC, DIF eſt IA ad ID, ut IC ad IF; igitur chorda DF erit parallela ad alteram chordam AC, & angulus IAC aequalis IDF. Sed rectus quoque angulus IAB aequatur recto IDE; ergo & reliquus CAB aequabitur reliquo FDE. Recti autem, ſeu aequales ſunt etiam anguli ABC, DEF; ergo & triangulum ABC erit ſimile alteri DEF, & CB ad FE, ut CA ad FD. Atqui ob parallelas DF, AC, eſt CA ad FD, ut IA ad ID; ergo etiam CB erit ad FE, ut IA ad ID.

PROPOSITIO L.

247. *SI directio vis projectionis ſit eadem, foci eo longius a parabolarum ſuarum vertice diſtant, quo vis projectionis eſt major.*

Corpus vi acquiſita lapſu libero per BC (*Fig. 65.*) projiciatur ſecundum rectam CD, & motu ſuo deſcribat parabolam CSG. Rurſus idem, aut aliud corpus vi acquiſita lapſu libero per PC, projiciatur ſimiliter juxta CD, percurratque parabolam CVR: dico, diſtantiam foci parabolae CVR ab hujus vertice, eſſe ad diſtantiam foci parabolae CSG a vertice ſuo, ut CP

ad CB. Nam centro C, & radiis CP, CB deſcriptis circulis PILN, BOKM, agantur tangentes PQ, BT, quae erunt (242) directrices parabolarum CVR, CSG. Deinde radio CH ſic ducto, ut cum CD comprehendat angulum DCH aequalem alteri PCD, ex punctis H, F demittantur ad directrices perpendiculares HG, FA. Quia CD tangit (236) in C parabolam CVR, & angulus DCH aequatur angulo PCD, erit (244) H focus parabolae CVR. Pari modo oſtendam, F eſſe focum parabolae CSG. Porro ob angulum PCH aequalem alteri BCF, ſimiles erunt arcus PH, BF; unde (246) HG erit ad FA, ut radius CP ad radium CB. Sunt autem HV, FS dimidiae rectarum HG, FA; ergo etiam HV erit ad FS, ut radius CP ad radium CB. Eſt vero HV diſtantia foci H a vertice parabolae CVR, & FS diſtantia foci F a vertice parabolae CSG; ergo & diſtantia foci H a vertice ſuae parabolae CVR erit ad diſtantiam foci F a vertice ſuae parabolae CSG, ut radius CP ad radium CB, & ideo foci eo longius a ſuarum parabolarum vertice diſtant, quo vis projectionis eſt major.

COROLLARIUM I.

248. Quoniam vertex V parabolae CVR altior eſt vertice S parabolae CSG, etiam illius arcus CV ſuperior erit hujus arcu CS. Unde ſi dum pila juxta CD projicitur a ſclopeto vi pulveris nitrati expoſita per BC, accurate attingat ſcopum; ipſa aſcendet poſtea altius ſcopo, ſi manente eadem directione, majori vi pulveris pyrii jaculetur.

COROLLARIUM II.

249. Quare ſi corpus horizontaliter projectum vi acquiſita lapſu libero per PC (*Fig.* 66.), parabolam CR deſcribat: projectum autem vi adepta lapſu libero per BC, parabolam aliam CG percurrat; diſtantiae foco-

rum a vertice ſuarum parabolarum erunt ut rectae CP CB. Nam ſi centro C, & radiis CP, CB deſcribantur circuli PIHN, BOKM, parabolae CR, CG habebunt (245) vertices in centro C, focos autem in H, & K, & ideo diſtantiae focorum a vertice ſuarum parabolarum erunt HC, KC, quae ſunt aequales ipſis CP, CB. Conſequenter quo major eſt vis projectionis horizontalis, eo longius diſtabit focus a parabolae ſuae vertice, ſeu eo propius accedet ad centrum terrae.

PROPOSITIO LI.

250. *SI corpus C (Fig. 60.) vi per BC cadendo acquiſita projiciatur ſecundum rectam CD, & hujus ſumpta qualibet parte CA, ducatur AM ad BC parallela, quae ſit tertia proportionalis poſt quadruplum ipſius BC, & aſſumptam CA; tranſibit corpus per punctum M.*

Producta BC in I, agatur MH parallela ipſi CD; eruntque aequales tum rectae CA, HM, tum etiam CH, AM. Quia quadruplum rectae BC eſt (*ex hyp*) ad CA, ut eadem CA ad AM, etiam quadruplum rectae BC erit ad HM, ut eadem HM ad CH, & ideo quadratum HM aequale erit rectangulo ex CH in quadruplum ipſius BC. Itaque erit HM ordinata parabolae, cujus diameter eſt CI, habens parametrum quadruplam ipſius BC. Atqui haec parabola eſt (241) eadem cum illa quam corpus C deſcribit, dum vi per BC acquiſita projicitur ſecundum rectam CD; igitur idem corpus hac vi, & directione projectum, tranſibit quoque per punctum M.

PROPOSITIO LII.

251. *DAto poſitione ſcopo feriendo, & data vi projectionis, invenire jactus directionem, ſive angulum projectionis.*

Digitized by Google

Data vis projectionis (*Fig.* 67. 68.) ſit a corpore acquiſita lapſu libero per verticalem rectam BC, quae idcirco etiam data erit; ſcopus autem feriendus ſit in L in linea recta CL. Ex loco C projectionis ducta CD parallela ad horizontem, producatur CB in P, donec CP ſit quadrupla rectae CB, & in illius medio puncto F excitetur perpendicularis GN, uti etiam ex C erigatur CG ad CL normalis. Dein ex puncto G, ubi hae duae perpendiculares conveniunt, deſcribatur radio GC arcus circuli CNP. Tandem ducta per ſcopum L recta LA parallela ad CP, & conveniente cum arcu CNP in punctis *a*, & A, agantur C*a*, CA, quarum utraque referet quaeſitam jactus directionem. Ducantur enim P*a*, PA. Quia eſt CL radio CG normalis, tangitque proinde in C circulum CNP, dimidius arcus CNA erit menſura anguli ACL. Sed idem dimidius arcus CNA eſt quoque menſura anguli APC; igitur angulus APC aequabitur angulo ACL. Verum ob parallelas PC, AL, etiam angulus PCA aequatur angulo CAL; ergo triangulum PAC erit ſimile CLA, & PC erit ad CA, ut CA ad AL. Itaque recta AL parallela ad verticalem BC, eſt tertia proportionalis poſt quadruplum ipſius CB, & rectam CA, atque adeo corpus C (250) tranſibit per ſcopum L. Eadem eſt demonſtratio, ſi jactus fiat directione C*a*; erit enim triangulum P*a*C ſimile alteri CL*a*, & PC erit ad C*a*, ut eadem C*a* ad *a*L.

COROLLARIUM. I.

252. Si LA non occurrat arcui CNP, problema eſt impoſſibile, ſcopo extra jactum collocato; at ſi LA arcum tangat, punctum contactus erit N, & problema admittet unicam ſolutionem. In hoc autem caſu ſcopus feriendus eſſet in M, ideoque longitudo jactus CM foret omnium maxima, & directio CN projectionis ſecaret bifariam angulum PCM. Nam cum GN biſecet arcum circuli CNP, quem CM tangit in puncto C, uti-

utique angulus MCN, cujus menſura eſt dimidius arcus CN, aequabitur angulo PCN, qui pariter menſuratur a dimidio arcu PN.

COROLLARIUM II.

253. Directiones CA, C*a* aequaliter utrinque diſtant a directione CN maximae longitudinis jactus in recta CM. Nam quia LA, CP ſunt inter ſe parallelae, abſcindent ipſae aequales arcus PA, C*a*: ſunt vero aequales PN, CN; ergo aequabuntur etiam AN, *a*N.

SCHOLIUM. I.

254. Qui de *Baliſtica* pertractarunt, arbitrati ſunt expoſitam theoriam feliciſſime ad praxim reduci poſſe; unde minutim omnia huc pertinentia proſequuti ſunt, & ampliſſimas tabulas conſtruxerunt, quae angulos exhiberent, ad quos tormenta bellica, & mortaria elevanda eſſent, ut ſcopus datus a globo miſſili feriretur. At qui penitus cognoverunt vim reſiſtentiae, qua aer pilis ferreis, atque igniariis globis obſtat, eam tantam eſſe deprehenderunt, ut nullo modo negligi in praxi queat, quemadmodum eo nomine fiebat, quod hujuſmodi globi eſſent exigua ſuperficie, ſi cum eorum pondere comparetur. Iidem quoque animadverterunt, curvam a globo miſſili utcunque gravi, atque exiguo volumine praedito deſcriptam, tanto magis a parabola diſſidere, quanto vis projectionis major eſt, ſeu quanto major celeritas ab exploſo nitrato pulvere ipſi imprimitur. Et ſane *Robinſius* obſervavit, quod dum globus ponderans 24 libras, vi 16 librarum pulveris pyrii a tormento bellico ejiceretur, tantam aeris reſiſtentiam in ipſo fiſtulae aeneae orificio experiebatur, ut ea pondus globi plus vicies ſuperaret. Idem etiam oſtendit ſaepius evenire, ut trajectoria deſcripta a globo, non ſit tota in verticali eodem plano. Quapropter concludi debet, regulas in uſu Baliſticae adhibendas, a ſola Geometria non poſſe peti.

Scholium II.

255. Licet vero theoria motus corporum projectorum, ut è Geometria profluit, maximi non ſit uſus in re tormentaria, nihilominus tamen in aliis partibus ſcientiarum Phyſico-mathematicarum praeclara commoda affert; ea namque ſuperioris ſaeculi Geometras ad Aſtronomiae theoriam phyſicam veluti manu duxit, inventorum omnium, quibus recentius aevum gloriari poteſt, facile pulcherrimum, atque utiliſſimum. Lubet hic paucis indicare, quemadmodum ejus idea, vel enata ſit, vel certe enaſci potuerit.

Scholium III.

256. Oſtendimus (238) corpus prope telluris ſuperficiem projectum, deferri in parabola, quia duplici vi urgetur, altera inſtantanea projectionis, altera conſtanti gravitatis, agentis ſecundum rectas perpendiculares ad horizontem, & propterea invicem parallelas. Verum haec hypotheſis accurata eſſe non poteſt; nam cum gravitatis directiones convergant (147) ſemper ad centrum terrae, ipſae eſſe nequeunt parallelae, & ideo vera corporis trajectoria prope telluris ſuperficiem, etiam dum tollitur omnis medii reſiſtentia, ſi Geometriae rigorem ſequamur, parabola non eſt, ſed curva alia verſus terrae centrum cava. Jam vero parabola, & ellipſis ſunt curvae ejuſdem generis, quarum diſcrimen in eo ſolum eſt, quod duo foci ellipſeos finito intervallo inter ſe diſtent, in parabola autem alter ab altero habeat diſtantiam infinitam, adeout parabola abeat in ellipſim, ſi focorum intervallum ex infinito finitum fiat. Quare projectorum corporum trajectoria vel ut parabola, vel ut ellipſis ſpectari poteſt, prout nempe diſtantia centri a ſuperficie terrae vel infinita ſupponitur, vel finita. Cum autem ea diſtantia vere finita ſit, conſequens eſt, ut projectorum corporum traje-

trajectoria rectius ſit ſpectanda ut arcus ellipſeos, cujus focus unus eſt in circumferentia circuli BOKD (*Fig.* 61.), alter vero in centro terrae.

Scholium IV.

257. His poſitis, quo vis projectionis horizontalis major fuerit reſpectu gravitatis (qua corpus intra primum minutum ſecundum ſui lapſus liberi non niſi pedes $15\frac{1}{12}$ percurrere poteſt prope telluris ſuperficiem) eo focus parabolae accedet (249) magis ad centrum terrae; & ideo haec parabola, quae prius accipiebatur (256) velut ellipſis, cujus foci infinite inter ſe diſtarent, nunc intervallo hoc decreſcente, in aliam ellipſim minus oblongam degenerabit. Jam vero nihil prohibet, vim projectione impreſſam tantam aſſumere, ut tandem uterque focus cum centro telluris congruat: quo caſu corporis trajectoria eſſet circulus, habens centrum in centro terrae, ac proinde corpus nunquam recideret in tellurem, ſed circa hujus centrum in eadem ſemper circumferentia circuli rotaretur. Et quidem facili calculo reperitur, ad hoc ſufficere vim impreſſam, qua corpus intra minutum ſecundum percurreret proxime pedes 24288; tunc enim extremum lineae horizontalis apparentis diſtaret ped. $15\frac{1}{12}$ a linea verae libellae. Unde ſi hac vi corpus projiceretur, a gravitate ſingulis ſecundis tantundem accurate verſus telluris centrum retraheretur, quantum ob vim impreſſam recederet ab eodem. Demum ſi ea vi corpus projiceretur, ut focus unus ellipſeos, quem reperimus (*Fig.* 61.) in circumferentia circuli BOKD, promoveretur ultra telluris centrum; tunc facile apparet, corpus deſcripturum ellipſim circa tellurem, cujus centrum alter focus eſſet.

SCHOLIUM V.

258. Analogia hunc in modum extenſa, intelligitur fieri poſſe, ut luna non alia ratione circa terram moveatur, quam vi impreſſa, & gravitate ſua in terram; ut terra ipſa, Planetaeque alii circa ſolem orbitas ſuas deſcribant motu projectionis cujuſvis proprio, atque gravitate in ſolem. Atque huic fundamento innixa eſt tota theoria phyſica Aſtronomiae, cujus ope haec ſcientia ad tantam amplitudinem eſt provecta.

CAPUT XIII.

De viribus centralibus, ſive centripeta, & centrifuga.

DEFINITIO XXXII.

259. VIS *centripeta* eſt vis illa, qua mobile aliquod in linea recta incedens, e motu rectilineo continue detorquetur, verſuſque aliquod fixum centrum indeſinenter urgetur.

SCHOLIUM.

260. Cum corpus quodlibet ſemel motum, nitatur (59) ſemper uniformiter progredi in directum; ſequitur, nullum corpus poſſe in aliqua orbita promoveri, niſi vi quadam indeſinenter agente verſus aliquod fixum centrum, in eadem orbita detineatur. Et ſane ſi (*Fig.* 69.) in circumferentia circuli EAHO rotetur quodcunque corpus, hoc ubi ad A pervenerit, ſublata vi illa, qua in orbita detinetur, per tangentem AT abiret (62). Ut ergo detineatur in peripheria circuli EAHO, neceſſe eſt, ut dum vi impreſſa deſcriberet tangentis partem infinite parvam AB, vis quaepiam in illud agens, ipſum retrahat a tangente per ſpatium BG,

vel

vel AH, perpendiculare ſcilicet ad AB; his enim duabus viribus ſimul junctis feretur corpus motu compoſito (89) per arculum infinite parvum AG, qui velut recta cenſeri poteſt. Haec autem vis retrahens corpus a tangente per ſpatium BG, vel AH, ea eſt, quam *centripetam* appellavimus.

DEFINITIO XXXIII.

261. Vis, qua corpus indeſinenter conatur recedere a fixo centro, circa quod rotatur, *centrifuga* appellatur.

SCHOLIUM.

262. Dum rotatur corpus (*Fig.* 69.) in curva aliqua EAHO, ſingulis momentis debet (360) retrahi a tangente per ſpatium BG, vel AH: atqui omnis vis adhibenda ſupponit vim in contrarium directe agentem; ergo etiam altera vis exiſtet, qua corpus ſingulis momentis recedit a curva, aut a centro rotationis per ſpatium GB, vel HA. Haec autem vis retrahens corpus a curva ad tangentem, ea eſt, quam *centrifugam* appellavimus, eademque proinde exponi poterit per rectam GB.

COROLLARIUM.

263. Hinc vires centripeta, & centrifuga ſunt aequales. Nam corpus quod centrifuga vi urgente, vult diſcedere a centro per lineam rectam GB, per eandem hanc lineam a vi centripeta perpetuo retrahitur, & reſtituitur; unde evidens eſt, vim centripetam centrifugae eſſe exacte aequalem.

SCHOLIUM I.

264. Quamvis hae vires mutuo ſint aequales, longe tamen differunt inter ſe. Nam vis centripeta eſt activa, & vis centrifuga eſt paſſiva, cum oriatur ex vi inertiae, qua corpus ſcilicet ſemel motum, conatur ſemper uniformiter progredi in directum.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIUM II.

265. Lapis in funda circumactus exemplum praebet virium centripetae, & centrifugae. Nam manus lapidem retinens, vim centripetam repraeſentat; vis autem, quae funem tendit, & qua lapis conatur recedere ab ipſa manu, & a circumferentia circuli quam deſcribit, centrifugam vim exponit. Et reipſa ſi manus lapidem deſerat, ſtatim lapis abit per tangentem circuli antea deſcripti, ſicque recedit ab ejus centro.

LEMMA.

266. *SI in duobus circulis HACS, LDFT (Fig. 70. 71.) ſumantur arcus quicunque ſimiles AC, DF, indeque ex punctis C, F ad tangentes AM, DN demittantur perpendiculares CB, FE; hae inter ſe erunt, ut radii IA, VD.*

Jungantur chordae AC, DF. Quoniam arcus AC, DF ſunt ſimiles inter ſe, tot gradus circuli HACS erunt in arcu AC, quot gradus circuli LDFT ſunt in arcu DF; quapropter junctis radiis IC, VF, angulus AIC aequabitur DVF. Sed etiam IA eſt ad VD, ut IC ad VF; ergo triangulum AIC erit ſimile DVF, unde & angulus IAC aequabitur VDF. Sed etiam rectus angulus IAB aequatur recto alteri VDE; ergo & reliquus CAB aequabitur reliquo FDE. Recti autem, ſeu aequales ſunt anguli ad puncta B, E; ergo triangulum ABC erit ſimile DEF, & CB ad FE, ut AC ad DF. Sed ob triangulum AIC ſimile DVF, etiam IA eſt ad VD, ut AC ad DF; igitur CB quoque erit ad FE, ut radius IA ad radium VD.

PRO-

PROPOSITIO LIII.

267. *SI duo mobilia pondere aequalia paribus temporibus inaequales circumferentias uniformi deſcribant motu; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quae in minori, ſicuti ipſarum radii inter ſe.*

Mobile A (*Fig.* 70. 71.) percurrat totam circumferentiam circuli HACS eodem tempore illo, quo mobile aliud D ejuſdem ponderis cum priore, abſolvit totam circumferentiam circuli LDFT: dico, vim centrifugam mobilis A eſſe ad eam mobilis D, ut radius IA ad radium VD. Ponantur enim arcus infinite parvi AC, DF eodem tempuſculo abſolvi a mobilibus A, & D. Quoniam haec duo corpora aequabili motu lata, pari tempore abſolvunt circumferentias HACS, LDFT, ipſa ſimiliter pari tempore deſcribent arcus ſimiles earundem. Pari autem tempore abſolvunt (*ex hyp*) arcus infinite parvos AC, DF; ergo hi erunt ſimiles inter ſe; conſequenter erit (266) CB ad FE, ut IA ad VD. Sed vis centrifuga mobilis A eſt (262) ad eam mobilis D, ut CB ad FE; igitur erit quoque ut IA ad VD.

COROLLARIUM I.

268. Hinc ſi tellus vertitur circa axem diurno motu, homines, animalia, & reliqua alia corpora globo terraqueo inſiſtentia, centrifugam vim acquirent, qua nitentur recedere a centro terrae, & reipſa recederent, niſi coercerentur a vi centripeta gravitatis. Vis autem centrifuga horum corporum maxima eſt ſub aequatore, ſub polis nulla, media demum in intermediis terrae locis. Nam dum tellus rotatur circa axem PQ (*Fig.* 72.), partes ejuſdem poſitae ad polos P, Q, non moventur, atque adeo vim centrifugam nullam habent. At dum pars terrae in loco R ſub aequatore, percurrit

rit diurno motu circumferentiam radio CR deſcriptam, pars altera terrae in loco D abſolvit circumferentiam, cujus radius eſt ID perpendicularis ad terreſtrem axem PQ; igitur vis centrifuga in loco R erit (267) ad eam in loco D, ut radius CR ad radium ID. Sed radius CR major eſt radio ID; ergo & vis centrifuga in loco R erit major vi centrifuga in loco D. Simili modo oſtendam, vim centrifugam in loco R quamcunque aliam ſuperare; ergo omnium maxima illa erit.

PROPOSITIO LIV.

269. *SI tellus vertitur circa axem diurno motu, vis gravitatis maxima erit ſub polis, minima ſub aequatore, media vero in intermediis terrae locis.*

Recta RK (*Fig.* 72.) referat vim centrifugam loci R, & recta DF alteram loci D; liquet, totam centrifugam vim RK directe opponi gravitatis directioni; huic vero obliquam eſſe centrifugam vim DF. Porro haec vis DF (facto rectangulo GDHF) reſolvetur in duas vires DG, DH, quarum altera DG gravitatis actionem nequaquam impedit, altera vero DH directe opponitur gravitati, & ideo pars centrifugae vis DF, quae vi gravitatis contraria eſt, exponi poterit per DH. Jam centrifuga vis in R eſt (*ex hyp*) ad centrifugam vim in D, ut RK ad DF: atqui eſt quoque (267) ut CR ad ID; ergo etiam RK erit ad DF, ut CR ad ID, vel ut CD ad ID. Sed ob triangulum DHF ſimile CID, etiam DF eſt ad DH, ut CD ad ID; ergo RK quoque erit ad DF, ut eadem DF ad DH, ideoque RK erit ad DH, ut quadratum RK ad quadratum DF, vel ut quadratum CR ad quadratum ID. Verum quia grave in R, & D viribus RK, DH conatur recedere a centro C contra gravitatis directionem, eaedem rectae RK, DH referent decrementa gravi-

gravitatis in illis locis; ergo ponderis decrementum in loco R erit ad decrementum ejus in loco D, ut quadratum radii CR aequatoris ad quadratum rectae ID. Atqui CR quadratum eſt majus quadrato ID; igitur etiam decrementum ponderis in loco R majus erit decremento ponderis in alio loco D. Talis ergo eſt centrifugae vis effectus, ut ponderi minus detrahat pergendo ab aequatore ad polum; conſequenter vis gravitatis quam habet corpus ſub aequatore, minima eſſe debet, ſub polis maxima, & media in intermediis terrae locis.

COROLLARIUM I.

270. Quare ſi tellus vertitur circa axem, maris aquae (*Fig.* 73.) poſitae ad polos P, & Q, majorem vim gravitatis habere debent, quam quae ſunt poſitae ad aequatorem E, & R. Atqui maris aquae omnes, quae dimidiam contegunt ſuperficiem terrae, & communicant inter ſe, ſunt in aequilibrio ſecum ipſis; ergo aquae in E, & R debebunt altius elevari, quam in P, & Q, ut ita fluidi minor gravitas ab ejus majori volumine compenſetur. Itaque maris aquae non nihil protuberare debent ad aequatorem, & e converſo deprimi verſus polos.

COROLLARIUM II.

271. Cum vero ſuperficies maris ſit ferme eadem quae telluris; patet, tellurem quoque ſub aequatore elevari debere altius quam ſub polis, ac proinde ejus figuram non eſſe ſphaericam accurate, ſed accedere ad ellipſoidem genitum rotatione ellipſeos circa minorem axem.

LEMMA.

272. *SI in circulo BFAH (Fig. 74.) ſumatur arcus infinite parvus EA, & ad diametrum ejus BA demittatur ex E perpendicularis EM; quadratum arcus EA proxime erit aequale rectangulo BAM.*

Jun-

Jungatur chordae EB, EA. Cum ex angulo recto E trianguli rectanguli BEA demiſſa ſit EM perpendicularis ad hypotenuſam BA, diameter BA erit ad chordam EA, ut eadem chorda EA ad AM, & ideo quadratum chordae EA aequatur rectangulo BAM. Sed infinite parvus arcus EA eſt proxime aequalis ejuſdem chordae cum qua confunditur; ergo etiam quadratum arcus EA proxime erit aequale rectangulo BAM.

Corollarium.

273. Hinc radio CA biſecto in puncto I, quadratum arcus EA erit proxime quadruplum rectanguli IAM.

Propositio LV.

274. *Si corpus F (Fig. 74.) rotetur in circumferentia circuli BFAH cum velocitate per LA cadendo acquiſita; vis centrifuga erit ad ejus pondus, ut altitudo LA ad dimidium radii AC, vel ad AI.*

Finge corpus F cadere ex L in V tempuſculo illo, quo aequabiliter abſolvit arcum infinite parvum AE. Tum ſupra diametrum LA facto ſemicirculo LSA, excitetur VS ad LA normalis, & junctis AS, LS, compleatur rectangulum EMAD. Finge denique idem corpus F cum velocitate in lapſu per LA acquiſita, percurrere aequabiliter rectam AG tempore illo, quod inſumpſerat deſcendendo ex L in A; eritque (134) AG dupla ipſius LA. Quoniam ergo corpus cum eadem velocitate abſolvit aequabiliter ſpatia AE, AG, erit (6) AE ad AG, ut tempus per AE ad tempus per AG. Sed tempus per AE eſt idem cum tempore lapſus per LV, & tempus per AG idem cum tempore lapſus per LA; ergo etiam AE erit ad AG, ſive ad duplum LA, ut tempus lapſus per LV ad tempus lapſus per LA, ſive (139) ut LS ad LA,

vel

vel ut duplum LS ad duplum LA, & ideo recta AE aequabitur duplo LS, ſeu dupla erit LS, & quadratum AE quadruplum quadrati LS, ſive rectanguli ALV. Vidimus autem idem quadratum AE quadruplum quoque (273) eſſe rectanguli IAM; ergo rectangulum IAM aequabitur rectangulo ALV, & AM, vel ED erit ad LV, ut LA ad AI. Eſt (123) autem vis centrifuga ad corporis gravitatem, ut ED ad LV, cum haec ſint (262) ſpatia quae illis urgentibus eodem tempuſculo percurruntur; ergo & vis centrifuga erit ad corporis gravitatem, ut LA ad AI.

COROLLARIUM I.

275. Si ergo altitudo LA, ex qua corpus cadit, ſit ſemiradio AI aequalis, vis etiam centrifuga aequabitur ejuſdem corporis gravitati; & ideo ipſum in quovis puncto circumferentiae circuli quam deſcribit, filum quo retinetur, perinde trahet, velut ſi illo ſuſpenſum eſſet.

COROLLARIUM III.

276. Hinc ratio patet, cur quando calix vitreus plenus aqua, & impoſitus latae fasciae rotatur in circumferentia circuli verticalis, ſaepe nihil effundat aquae. SI enim fingatur calix rotari ea velocitate, quam acquireret deſcendendo ex altitudine 10 pedum, & radium circuli quem deſcribit, eſſe tantummodo 2 pedum; manifeſtum (274) eſt, vim centrifugam aquae eſſe ad ejus pondus, ut 10 ad 1, & ideo ejus conatus recedendi a centro circuli quem deſcribit, debebit eſſe decuplus ejus ponderis. Unde tantum abeſt, ut aqua poſita in ſitu verticali, debeat cadere verſus terram, quin potius vi centrifuga praevalente, contra fundum calicis comprimetur.

PRO-

PROPOSITIO LVI.

277. *SI duo mobilia (Fig. 74.) F, H pondere inaequalia pari velocitate rotentur in circumferentia ejuſdem circuli BFAH; vires centrifugae erunt ut eorum gravitates, ſeu pondera.*

Corpora haec rotentur cum ea velocitate, quam acquirerent deſcendendo ex L in A; eritque (274) vis centrifuga mobilis F ad ejus pondus, ut altitudo LA ad AI. Sed etiam vis centrifuga mobilis H eſt ad ejus pondus (274), ut LA ad AI; ergo vis centrifuga mobilis F erit ad ejus pondus, ut vis centrifuga mobilis H ad pondus ſuum, & permutando, vis centrifuga mobilis F erit ad vim centrifugam mobilis H, ut pondus mobilis F ad pondus mobilis H.

COROLLARIUM.

278. Hinc ſi fragmenta cerae hiſpanicae cum aqua in pelvi poſita miſceantur, & inde aqua circulariter digito moveatur; tunc quia aqua eſt ſpecie gravior cera hiſpanica, acquiret ipſa centrifugam vim majorem, & propterea ſtatim ad circumferentiam verticis avolabit, dum e converſo fragmenta cerae convenient ſimul ad ejus centrum. Ex eodem principio pendet, quod inter cribrandum grana tritici graviora circumferentiam cribri petant, dum ex adverſo paleae leviores colliguntur ad centrum cribri.

PARS SECUNDA

DE CORPORUM ÆQUILIBRIO.

CAPUT I.

De Machinis in genere, & de Vecte, machinarum ſimplicium prima.

DEFINITIO I.

279. NOMINE *machinae* intelligitur quodlibet inſtrumentum, quod in movendis corporibus adiumentum affert.

SCHOLIUM.

280. Initio ſupponimus 1.° omnes machinarum partes perfectas eſſe, & gravitatis expertes; 2.° eas, quae velut rigidae accipiuntur, reipſa ne minimum quidem flecti; 3.° carere omni ſcabritie; 4.° funes, qui adhibentur, craſſitiem habere nullam, neque obſtare flexioni. Verum has omnes conditiones ſuo loco poſtea examinabimus.

DEFINITIO II.

281. Quidquid ope machinae movetur, aut ſuſtinetur, vocatur *pondus*, aut *reſiſtentia*; quod vero

Digitized by Google

movet, aut ſuſtinet pondus, vel reſiſtentiam, *potentia* dicitur.

Scholium.

282. Potentia, quae machinae applicatur, vel eſt fluidum quoddam, ut aqua, & ventus, vel eſt pondus, vel homo, aut equus. Quamvis hic non ſit locus de impreſſione fluidi diſſerendi, ſuffecerit tamen noſſe, quod ubi fluidum ſuo incurſu agit in ſuperficiem planam, eamque movendo urget, illius actio eſt nonniſi pars ſeptima ſuae vis. Conſtat enim ex Commentariis Acad. Reg. Scient. Paris. Ann. 1704, quod ſi vis aquae incurrentis in planum immotum, aeſtimetur 100 librarum; ubi planum jam conceperit motum, aquae actio non excedit 15 libras.

Raro potentiae loco pondus aliquod adhibetur, quando machinae ope majus onus eſt altius elevandum; nam pondus ſubſtitutum potentiae loco, vel deberet deſcendere per ſpatium nimis magnum, vel frequenter eſſet denuo ſuſtollendum, ut repetito deſcenſu, longitudo ſpatii compenſetur, quod nimis certe moleſtum eſt. Patebit ſiquidem ex dicendis (325), quod ut moles marmorea 300 librarum, tempore unius horae attolli poſſit per altitudinem 1000 pedum a pondere librarum 25 machinae applicato, hoc, quod potentiae vicem agit, tempore unius horae vel deberet deſcendere per ſpatium 12000 pedum, vel vero neceſſe eſſet, ut decies, & bis denuo ſemper ſublatum, repetitis vicibus 1000 pedes emetiretur.

Quod tandem ad homines, & equos ſpectat, docet experientia, hominem, niſi ſit robore ſingulari, dum machinam ita movet, ut non ſimul corporis mole innixus, etiam pondere ſuo agat, non poſſe per tres horas continuas majorem exerere actionem, quam quae vi 25 librarum pariſienſium aequivaleat; neque etiam ferre velociorem manuum, pedumque motum, quam quo, ſi ſpa-

ſi ſpatia omnia, quae ea agitatione conficit, in directum extenderentur, 12000 pedes intra horam emetiretur: equum vero ſeptem hominum praeſtare oporam, hoc eſt intra trium horarum ſpatium niſu continuo vim exerere 175 libris aequivalentem, ea motus velocitate, ut intra horam percurrat ſpatium 12000 pedum. Unde ſequitur, ſpatium maximum, quod potentia motrix per horam labore non interrupto percurrere poteſt, recte aeſtimari 12000 pedum.

DEFINITIO III.

283. *Machinae ſimplices* illae ſunt, quae non fiunt aliarum combinatione; cujuſmodi ſunt *vectis*, *trochlea*, *axis in peritrochio*, *planum inclinatum*, *cochlea*, & *cuneus*.

DEFINITIO IV.

284. *Vectis* eſt virga rigida, gravitatis expers, cui in duobus punctis applicantur duae potentiae exiſtentes in eodem plano, dum interim tertium ejus punctum incumbit alteri puncto immobili, quod *fulcrum*, aut *hypomochlium* dicitur, ut reſiſtat actionibus potentiarum.

SCHOLIUM I.

285. Cum diximus duas tantum potentias vecti applicari, id de potentiis agentibus intelligimus; conſtat ſiquidem ipſum fulcrum ſpectari etiam poſſe velut potentiam tertiam, quae reſiſtit actionibus agentium potentiarum.

SCHOLIUM II.

286. Triplex eſt vectis applicatio, ſeu triplex eſt vectis genus. Primum genus eſt quando fulcrum F (*Fig.* 75.) tenet medium locum inter potentiam *p*, & pondus P. Secundum eſt quando pondus P (*Fig.* 76.) jacet inter potentiam *p*, & fulcrum F. Tertium eſt

cum potentia p (*Fig.* 77.) occupat locum medium inter pondus P, & fulcrum F. Hae autem tres vectis applicationes ad eandem facile revocantur; nam potentia agens, pondus ſuſtinendum, & vis qua fulcrum reniti debet, ſpectari queunt (285) inſtar trium potentiarum aequilibrium conſtituentium, quarum directiones tranſeunt per puncta A, B, F.

DEFINITIO V.

287. *Brachia vectis* (*Fig.* 75. 76. 77.) appellantur ejuſdem partes FA, FB, computatae a fulcro F uſque ad ea loca, in quibus potentia, & pondus applicantur.

DEFINITIO VI.

288. Potentiae p, P (*Fig.* 78.) dicuntur *directe agere* in vectem AB, ſi agant ſecundum rectas Ap, BP perpendiculares ad brachia FA, FB; dicuntur vero *oblique agere*, ſi earum directiones Ap, BP (*Fig.* 79. 80.) fuerint obliquae ad eadem brachia.

DEFINITIO VII.

289. Si binae potentiae p, P (*Fig.* 79. 80.) agant in vectem AB directionibus obliquis Ap, BP, & ad has demittantur ex fulcro F perpendiculares FV, FS; hae dicentur *diſtantiae potentiarum* ab eodem fulcro.

SCHOLIUM.

290. Non me latet, perpendiculares FV, FS potius eſſe diſtantias fulcri a directionibus potentiarum, quam a potentiis ipſis; quia tamen potentiae p, P perinde in vectem AB agunt, ac ſi applicarentur in V, S, & vectis puncta A, B protruderent (*Fig.* 79.) ſecundum rectas VA, SB, vel vero (*Fig.* 80.) eadem traherent ſecundum directiones AV, BS; ideo perpendiculares FV, FS etiam vocari poſſunt *diſtantiae potentiarum* a fulcro F.

PRO-

PROPOSITIO I.

291. *Datis binis potentiis P, p (Fig. 81.) quae vecti AB applicatae, & agentes ſecundum rectas AP, Bp, ſint circa fulcrum F in aequilibrio conſtitutae; directionem, & quantitatem vis invenire, qua premitur fulcrum F.*

Datas potentias P, *p* referant rectae AH, BK, factiſque circa illas rectangulis ME, NG, excitetur ad vectem AB perpendicularis FO par ſummae rectarum AE, BG. Sumpta dein FI aequali differentiae rectarum AM, BN, compleatur rectangulum IFOL, & agatur diagonalis FL, quae referet directionem, & quantitatem vis, qua premitur fulcrum F. Nam potentia P, ſive AH trahit punctum A viribus AE, AM, & altera potentia *p*, vel BK trahit reliquum punctum B viribus BG, BN; igitur duae ſimul potentiae P, *p* trahunt vectem AB, ſeu punctum F ſumma virium AE, BG, ſeu vi FO, & differentia virium AM, BN, ſeu vi FI. Sed binae vires ſimul FO, FI aequivalent (93) vi FL; igitur duae ſimul potentiae P, *p* trahunt punctum F vi, & directione FL, atque adeo hac vi, & directione premere debent fulcrum, cui punctum F incumbit.

PROPOSITIO II.

292. *Si binae potentiae P, p (Fig. 82.) vecti AB applicatae, ſint circa fulcrum F in aequilibrio conſtitutae, & earum directiones AP, Bp concurrant ſimul ad punctum C; eo etiam conveniet directio vis FL, qua premitur fulcrum F.*

Potentias P, *p* referant rectae AN, BK. Tum rectae AC, BC velut rigidae, & gravitatis expertes concipiantur, quibus ad punctum concurſus C applicari

 intel-

intelligantur potentiae Q, q, ipſis P, p directe oppoſitae, & aequales. Sumptis deinde CE, CD, quae aequales ſint rectis AN, BK, referantque proinde etiam vires Q, q, compleatur parallelogrammum CDHE, & ducta diagonali CH, jungatur CF, quae velut rigida, & gravitatis expers conſideretur. Quia rigida recta AC in oppoſitas plagas trahitur ab aequalibus viribus Q, P, inter has (77) dabitur aequilibrium. Eandem ob cauſam etiam dabitur aequilibrium inter vires reliquas q, p; ergo vires Q, q elident effectum virium P, p. Sed vires Q, q, ſive CE, CD aequivalent (93) vi CH, & vires P, p (291) vi FL; igitur vis CH effectum deſtruet vis FL. Sed hae duae vires trahunt extremitates C, F rigidae rectae CF; igitur debent eſſe directe oppoſitae, & aequales. Itaque puncta H, C, F, L ſunt in eadem recta HL; conſequenter FL producta, tranſibit quoque per punctum C.

COROLLARIUM I.

293. Quoniam vires CH, FL ſunt directe oppoſitae, & aequales, eſtque FL preſſio (291) quam ſubit fulcrum F; conſequens eſt, ut altera vis CH ſit reſiſtentia ejuſdem fulcri, ſeu vis qua fulcrum reniti debet.

COROLLARIUM II.

294. Unde ſi loco reſiſtentiae fulcri F ſubſtituatur tertia potentia R, trahens punctum F ſecundum rectam FR, & reſiſtens aliis P, p, cum quibus aequilibratur; evidens eſt, earum directiones mutuo convenire ad punctum C.

COROLLARIUM III.

295. Igitur trium virium aequilibrium in vecte conſtituentium directiones convenient ſemper ad idem punctum; quia tamen punctum concurſus ad infinitam diſtantiam eſſe poteſt, earum directiones eſſe queunt etiam (150) parallelae.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

296. *SI binae potentiae P, p (Fig. 83.) quarum directiones AP, Bp concurrunt ad punctum C, fuerint in aequilibrio cum tertia potentia R agente ſecuncundum rectam FR: inde vero ex F agantur FO, FG parallelae ad rectas AC, BC, & jungatur FC: tres rectae CG, CO, CF referent tres potentias P, p, R.*

In recta FR producta, quae tranſibit (295) per punctum C, ſumatur CH referens quantitatem, & directionem tertiae potentiae R, & compleatur parallelogrammum CDHB. Quia binae potentiae P, p ſunt (*ex hyp*) in aequilibrio cum tertia R, vel CH, illae debent (100) elidere effectum hujus. Atqui potentia CH eundem effectum edit (93), quem binae CB, CD; ergo binae potentiae P, p elidere etiam debebunt effectum binarum CB, CD. Sunt vero potentiae CB, CD directe oppoſitae ipſis P, p; ergo illae hiſce aequales (77) erunt, ac proinde tres rectae CB, CD, CH referent tres potentias P, p, R. Atqui ob parallelogrammum FGCO ſimile alteri CDHB, tres rectae CG, CO, CF ſunt proportionales cum tribus CB, CD, CH; ergo & tres rectae CG, CO, CF referent tres potentias P, p, R.

PROPOSITIO IV.

297. *SI tres potentiae p, P, R (Fig. 84. 85. 86.) vecti applicatae in punctis A, B, F, & agentes ſecundum rectas Ap, BP, FR, ſint in aequilibrio inter ſe; ductis ex puncto F, cui applicatur una illarum R, ad directiones aliarum perpendicularibus FV, FS, erit potentia p ad potentiam P, ut FS ad FV.*

I. Sit potentia R (*Fig.* 84.) media inter potentias alias *p*, P, & productis harum directionibus A*p*, BP, quae in C (295) convenient cum FR, compleatur parallelogrammum FGCO, & jungatur VS. Quia recti ſunt anguli CVF, CSF, circulus ſuper diametro CF deſcriptus, tranſibit per V, & S; conſequenter angulus VSF aequabitur VCF. Pari modo oſtendam, angulum FVS aequari angulo FCS, aut FCO, vel CFG; ergo triangulum VFS erit ſimile CGF, & FS erit ad FV, ut CG ad GF, vel ut CG ad CO. Sed (296) potentia *p* eſt ad potentiam P, ut CG ad CO; igitur etiam erit, ut FS ad FV.

II. Sit modo potentia P (*Fig.* 85.) media inter reliquas *p*, R, & productis harum directionibus A*p*, FR, quae cum BP concurrent (295) ad punctum C, compleatur parallelogrammum BGCO, & juncta SV, ſuper FC velut diametro ſemicirculus deſcribatur, qui neceſſario tranſibit per V, & S, eritque proinde angulus FVS aequalis alteri FCS, aut GCB. Sed etiam angulus SFV aequatur angulo SCV, vel BCO, vel CBG; ergo triangulum FSV erit ſimile CGB, & FS erit ad FV, ut GB ad CB, vel ut CO ad CB. Sed potentia *p* eſt (296) ad potentiam P, ut CO ad CB; igitur erit quoque, ut FS ad FV.

III. Sit demum potentia *p* (*Fig.* 86.) media inter reliquas P, R, productisque harum directionibus SP, FR, quae cum A*p* convenient (295) in C, fiat parallelogrammum AGCO, & juncta VS, ſuper FC velut diametro ſemicirculus deſcribatur, qui neceſſario tranſibit per V, & S, eritque proinde angulus FSV aequalis alteri FCV, vel GCA. Sed eamdem ob cauſam etiam angulus VFS aequalis eſt VCS, vel ACO, aut CAG; ergo triangulum FVS erit ſimile CGA, & FS erit ad FV, ut CA ad GA, vel ut CA ad CO. Vidimus autem (296) potentiam *p* eſſe ad potentiam P, ut CA ad CO; igitur erit etiam, ut FS ad FV.

CORO-

COROLLARIUM I.

298. Quia ſi loco potentiae R ſubſtituatur in F immobile fulcrum aliquod, tria vectis genera (286) oriuntur; ideo ſi in quovis vecte fuerit aequilibrium, potentia *p* erit ſemper ad potentiam P, ut FS ad FV.

COROLLARIUM II.

299. Quoniam FV, FS ſunt quoque diſtantiae (290) potentiarum *p*, P a fulcro F; erit etiam *p* ad P, ut diſtantia potentiae P a fulcro F, ad diſtantiam potentiae *p* ab eodem fulcro, hoc eſt potentiae erunt in ratione reciproca diſtantiarum a fulcro.

SCHOLIUM I.

300. Cum pondus in vecte ſuſpenditur, ejus directio eſt verticalis (147), & ideo ſi directio quoque potentiae fuerit verticalis, tres directiones erunt (295) parallelae. Evidens autem eſt, hujus Theorematis veritatem in hoc etiam caſu habere locum, dummodo obſervetur rationi perpendicularium ſubſtitui rationem brachiorum vectis. Nam perpendicula ex fulcro ad directiones demiſſa, vel (*Fig.* 87.) congruunt cum vectis brachiis FA, FB, ſi directiones ſint ad vectem perpendiculares; vel vero ſunt his brachiis proportionalia, ſi directiones (*Fig.* 88.) fuerint obliquae ad vectem. Cum enim triangula AVF, BFS ſint ſimilia inter ſe, erit FS ad FV, ut FB ad FA. Atqui (298) potentia *p* eſt pondus P, ut FS ad FV; igitur erit etiam, ut FB ad FA, hoc eſt reciproce ut brachia, quibus applicantur.

SCHOLIUM II.

301. Haec vectis proprietas ab ejus figura non dependet, cum in demonſtratione ſolum rationem habuerimus perpendicularium, quae ex fulcro ad directiones

ctiones virium in vectem agentium demittuntur; ideoque non ſolum conveniet vecti recto, ſed curvo etiam, & inflexo.

PROPOSITIO V.

302. *SI in quolibet vecte (Fig. 84. 85. 86.) demiſſis ex fulcro F ad directiones potentiae p, & ponderis P perpendicularibus FV, FS, ſit potentia p ad pondus P, ut FS ad FV; erit potentia cum pondere aequilibrata.*

Si fieri poteſt, non ſit potentia *p* aequilibrata cum pondere P, ſed cum alio majori Q ſuſpenſo ex puncto B; eritque (298) potentia *p* ad pondus Q, ut FS ad FV. Sed eadem potentia *p* eſt (*ex hyp*) quoque ad pondus P, ut FS ad FV; ergo potentia *p* erit ad pondus Q, ut eadem potentia *p* ad pondus P, & ideo pondus Q aequabitur ipſi P, contra hypotheſim. Non ergo potentia *p* eſſe poteſt in aequilibrio cum pondere majori, quam P. Simili modo oſtendam, neque etiam poſſe aequilibrari cum pondere minori, quam P; ergo aequilibrabitur cum pondere ſolo P.

COROLLARIUM.

303. Quia perpendiculares FV, FS ſunt (290) quoque diſtantiae potentiae *p*, & ponderis P a fulcro F; patet, quod ſi potentia *p* ſit ad pondus P in ratione reciproca diſtantiarum a fulcro F, inter utrumque dabitur aequilibrium.

PROPOSITIO VI.

304. *DAtis duobus ponderibus p, P (Fig. 87.) in datis punctis vecti horizontali applicatis, invenire hypomochlii punctum F, ex quo ſi idem vectis ſuſpendatur, non mutet ſitum, & pondera ſint aequilibrata.*

Lon-

Longitudo vectis AB ſic dividatur in puncto F, ut FB ſit ad FA in data ratione ponderis p ad pondus P; eritque F punctum, quod quaeritur. Nam quia vectis AB eſt horizontalis, & ponderum directiones Ap, BP perpendiculares ſunt (148) ad horizontem, utique erunt quoque perpendiculares ad vectem AB, & ideo brachia FA, FB erunt diſtantiae ponderum a fulcro F. Sed pondus p eſt (*ex conſtr*) ad pondus P, ut FB ad FA; igitur vectis ex F ſuſpenſus, non mutabit (303) ſitum horizontalem, & pondera erunt in aequilibrio.

COROLLARIUM I.

305. Unde ſi data pondera p, P (*Fig.* 89.) pendentia ex vecte horizontali AB, ſint aequalia inter ſe; tunc hypomochlii punctum F, ex quo vectis ſuſpendi debet, ut detur inter haec pondera aequilibrium, accurate erit in ejus medio. Hic autem vectis aequalium brachiorum vocatur *libra*.

COROLLARIUM II.

306. Et e converſo duo pondera p, P, quae in libra horizontali AB aequilibrantur, ſunt aequalia inter ſe. Nam quia in vecte horizontali AB pondera p, P ſunt (*ex hyp*) in aequilibrio, erit pondus p (300) ad pondus P, ut FB ad FA: atqui FB eſt ipſi FA aequalis; ergo & pondus p aequabitur ponderi alteri P.

SCHOLIUM.

307. Theoria hactenus demonſtrata vectem ſuppoſuit eſſe rectam, rigidam, & gravitatis omnino expertem, cum tamen ipſe ſit craſſus, flexilis, atque gravis; ex quo fit, ut in ejus uſu tria incommoda oriantur. Et quidem 1.° moles, atque craſſities vectis in cauſa eſt, cur potentiae nequeant applicari iis punctis, quibus deberent, cum ea puncta ſint poſita in axe vectis, ſive in recta per ejus medium tranſeunte. 2.° Cum nullus occurrat

currat vectis perfecte durus, aliqua ſemper illi eſt flexilitas tribuenda; conſequenter dum adhibetur, circa hypomochlium curvari debet, & ideo longitudines brachiorum accurate non aequabuntur diſtantiis ab ejus fulcro. 3.° Ejus pondus in cauſa eſt, cur potentiae, quae in vecte gravitatis experte eſſent aequilibratae, non amplius eſſe poſſint in vecte gravi. Vectis AB (*Fig.* 87.) conſtet materia homogenea, figurae aequabilis, & longitudinis 24 digitorum; ſitque ejus pondus 15 unciarum pariſienſium, quarum 16 conficiunt unam libram. Pondus *p* ponatur 10 librarum, ſive unciarum 160, & alterum pondus P cum illo aequilibrandum, ſit librarum 20, ſive unciarum 320. Jam ſi fingamus vectem AB non eſſe gravem, quaeraturque (304) hypomochlium F pro duobus ponderibus *p*, P in aequilibrio collocandis, invenietur AF 16, & FB 8 digitorum. At quia vectis AB eſt gravis, & ponderat uncias 15, erit AF 10 unciarum, & FB unciarum 5; igitur pondus quod premit brachium AF, erit 170 unciarum, & quod in brachium FB agit, 325 unciarum. His autem poſitis, pondera quae a vectis brachiis ſuſpenduntur, non amplius ſunt reciproce proportionalia eorum diſtantiis a puncto F, ideoque nec in F eſt verum hypomochlii punctum, dum vectis ipſe eſt gravis.

Ut itaque reperiatur locus, ubi vectis ſuo fulcro incumbere debet, ipſe eſt conſiderandus veluti expers gravitatis, totumque illius pondus cenſeri debet collectum in ejus medio puncto C. Deinde methodo inferius (320) exponenda, quaerendum eſt punctum commune ſuſpenſionis ponderum *p*, C, P, ut aequilibrium habeatur. In exemplo autem propoſito reperietur AF $15\frac{12}{11}$ digitorum, & FB digitorum $8\frac{4}{11}$.

CAPUT

CAPUT II.

De relatione momentorum, quibus potentiae, & pondera in vectem agunt.

DEFINITIO VIII.

308. VIS *abſoluta potentiae* eſt tota efficacia ad agendum, quam in ſe habet, independenter a quolibet inſtrumento.

DEFINITIO IX.

309. *Vis relativa*, aut *momentum potentiae* vecti applicatae, eſt actio quam ipſa exerit, ad convertendum vectis brachium circa fulcrum.

COROLLARIUM. I.

310. Hinc pondera aequalia *p*, P (*Fig.* 89.), quae vecti horizontali applicantur ad aequales diſtantias a fulcro F, aequalia momenta habebunt. Cum enim haec pondera ſint (303) aequilibrata, aequales quoque actiones edent ad convertenda vectis brachia circa fulcrum.

COROLLARIUM II.

311. Si loco aequalium ponderum *p*, P aequales potentiae ſubſtituantur; evidens erit, aequales quoque potentias, quae ad pares a fulcro diſtantias directe vecti applicantur, momenta aequalia habere.

PROPOSITIO VII.

312. P*Ondera inaequalia p, P* (*Fig.* 90.), *quae ad aequales diſtantias a fulcro F applicantur vecti horizontali AB, habent momenta ponderibus ipſis proportionalia*.

Si

Si pondus p eſſet alteri P aequale, haec duo pondera (310) haberent momenta aequalia. At ſi pondus p ſit duplum alterius P, tunc concipi illud poteſt diviſum in duas aequales partes, quarum ſingulae habebunt momentum (310) aequale momento P; ideoque momentum ipſarum ſummae, ſive momentum p duplum erit momenti P. Rurſus ſi pondus p triplum ſit ponderis P, dividi illud poteſt in tres partes aequales, quarum ſingulae momentum habebunt omnino aequale momento P; ideoque momentum exercitum a tribus hiſce partibus ſimul ſumptis, ſive momentum p triplum erit momenti P, & ſic ſemper. Itaque generatim momentum ponderis p tanto majus erit momento ponderis P, quanto pondus p eſt majus pondere P, hoc eſt momentum p erit ad momentum P, ut pondus p ad pondus P.

PROPOSITIO VIII.

313. *Pondera aequalia p, P (Fig. 91.) quae ad inaequales diſtantias a fulcro F applicantur vecti horizontali AF, habent momenta ipſis diſtantiis proportionalia.*

Producto vecte AF in L, donec FL ſit ipſi FA aequalis, fiat ut FL ad FB, ita pondus P ad alterum pondus R, quod puncto L applicatum, aequilibrabitur (303) cum pondere ſolo P; ideoque momentum R aequabitur momento P, & momentum p erit ad momentum P, ut idem momentum p ad momentum R. Sed ob aequales diſtantias FA, FL, momentum p eſt (312) ad momentum R, ut pondus p ad pondus R, ſive (*ex hyp*) ut pondus P ad pondus R, ſive (*ex conſtr*) ut FL ad FB, aut ut FA ad FB; ergo & momentum p erit ad momentum P, ut FA ad FB, ſive in ratione diſtantiarum a fulcro F.

CORO-

Corollarium I.

314. Hinc ratio apparet, cur in ſtatera vulgo *Romana* dicta, unico pondere dato P (*Fig.* 92.) diverſarum mercium pondera explorentur. Cum enim jugum AH ſtaterae ſit horizontale, utique ponderis P momentum in ea augebitur ratione, qua creſcit (313) diſtantia ejus a fulcro F; unde ſi pondus P in B applicatum, non eſt in aequilibrio cum pondere majori Q ſuſpenſo ex A, cum ipſo (303) aequilibrabitur, ſi magis removeatur a fulcro F, velut ſi in E ſuſpendatur ad diſtantiam FE, quae ſit ad FA, ut pondus Q ad pondus P.

Corollarium II.

315. Quia perinde eſt, ſeu vectis AF (*Fig.* 93.) in A comprimatur a pondere quovis dato, ſeu directe trahatur a quavis potentia data P, quae illi ponderi ſit aequalis; patet, momentum potentiae P directe in A agentis, fore ad ejus momentum, dum applicata eſt in B, ut diſtantia FA (313) ad diſtantiam FB.

Propositio IX.

316. *Pondera inaequalia p, P* (*Fig.* 94.), *quae ad inaequales diſtantias a fulcro F applicantur vecti horizontali AF, habent momenta in ratione compoſita ex ratione diſtantiarum FA, FB, & ex ratione ponderum p, P.*

Concipiatur tertium pondus R alteri *p* aequale, quod vecti applicetur ad diſtantiam FD aequalem ipſi FB; liquet, momentum *p* (313) fore ad momentum R, ut diſtantia FA ad diſtantiam FD, ſive (*ex conſtr*) ut FA ad FB; & momentum R eſſe (312) ad momentum P, ut pondus R ad pondus P, ſive (*ex conſtr*) ut pondus *p* ad pondus P. Atqui momentum *p* eſt ad

Si pondus *p* eſſet alteri P aequale, haec duo pondera (310) haberent momenta aequalia. At ſi pondus *p* ſit duplum alterius P, tunc concipi illud poteſt diviſum in duas aequales partes, quarum ſingulae habebunt momentum (310) aequale momento P; ideoque momentum ipſarum ſummae, ſive momentum *p* duplum erit momenti P. Rurſus ſi pondus *p* triplum ſit ponderis P, dividi illud poteſt in tres partes aequales, quarum ſingulae momentum habebunt omnino aequale momento P; ideoque momentum exercitum a tribus hiſce partibus ſimul ſumptis, ſive momentum *p* triplum erit momenti P, & ſic ſemper. Itaque generatim momentum ponderis *p* tanto majus erit momento ponderis P, quanto pondus *p* eſt majus pondere P, hoc eſt momentum *p* erit ad momentum P, ut pondus *p* ad pondus P.

PROPOSITIO VIII.

313. P*ondera aequalia p, P (Fig. 91.) quae ad inaequales diſtantias a fulcro F applicantur vecti horizontali AF, habent momenta ipſis diſtantiis proportionalia.*

Producto vecte AF in L, donec FL ſit ipſi FA aequalis, ſiat ut FL ad FB, ita pondus P ad alterum pondus R, quod puncto L applicatum, aequilibrabitur (303) cum pondere ſolo P; ideoque momentum R aequabitur momento P, & momentum *p* erit ad momentum P, ut idem momentum *p* ad momentum R. Sed ob aequales diſtantias FA, FL, momentum *p* eſt (312) ad momentum R, ut pondus *p* ad pondus R, ſive (*ex hyp*) ut pondus P ad pondus R, ſive (*ex conſtr*) ut FL ad FB, aut ut FA ad FB; ergo & momentum *p* erit ad momentum P, ut FA ad FB, ſive in ratione diſtantiarum a fulcro F.

CORO-

COROLLARIUM I.

314. Hinc ratio apparet, cur in ſtatera vulgo *Romana* dicta, unico pondere dato P (*Fig.* 92.) diverſarum mercium pondera explorentur. Cum enim jugum AH ſtaterae ſit horizontale, utique ponderis P momentum in ea augebitur ratione, qua creſcit (313) diſtantia ejus a fulcro F; unde ſi pondus P in B applicatum, non eſt in aequilibrio cum pondere majori Q ſuſpenſo ex A, cum ipſo (303) aequilibrabitur, ſi magis removeatur a fulcro F, velut ſi in E ſuſpendatur ad diſtantiam FE, quae ſit ad FA, ut pondus Q ad pondus P.

COROLLARIUM II.

315. Quia perinde eſt, ſeu vectis AF (*Fig.* 93.) in A comprimatur a pondere quovis dato, ſeu directe trahatur a quavis potentia data P, quae illi ponderi ſit aequalis; patet, momentum potentiae P directe in A agentis, fore ad ejus momentum, dum applicata eſt in B, ut diſtantia FA (313) ad diſtantiam FB.

PROPOSITIO IX.

316. P*ondera inaequalia p, P* (*Fig.* 94.)*, quae ad inaequales diſtantias a fulcro F applicantur vecti horizontali AF, habent momenta in ratione compoſita ex ratione diſtantiarum FA, FB, & ex ratione ponderum p, P.*

Concipiatur tertium pondus R alteri *p* aequale, quod vecti applicetur ad diſtantiam FD aequalem ipſi FB; liquet, momentum *p* (313) fore ad momentum R, ut diſtantia FA ad diſtantiam FD, ſive (*ex conſtr*) ut FA ad FB; & momentum R eſſe (312) ad momentum P, ut pondus R ad pondus P, ſive (*ex conſtr*) ut pondus *p* ad pondus P. Atqui momentum *p* eſt ad

eſt ad momentum P in ratione compoſita ex ratione momenti p ad momentum R, & ex ratione momenti R ad momentum P; ergo & momentum p erit ad momentum P in ratione compoſita ex ratione diſtantiae FA ad diſtantiam FB, & ex ratione ponderis p ad pondus P.

COROLLARIUM I.

317. Ergo momentum ponderis p erit ad momentum ponderis P, ut factum ex pondere p in diſtantiam ſuam FA a fulcro F, ad factum ex pondere P in diſtantiam ſuam FB ab eodem fulcro. Haec ſiquidem facta ſunt in ratione compoſita ex ratione diſtantiae FA ad diſtantiam FB, & ex ratione ponderis p ad pondus P.

COROLLARIUM II.

318. Unde momentum ponderis cujuſvis p eſt ſemper ut factum ex pondere eodem p in diſtantiam ſuam FA a fulcro F, hoc eſt per hoc factum ſemper exponi poteſt.

COROLLARIUM III.

319. Si ergo (*Fig.* 95.) ſumma factorum ex pondere p in FA, & ex pondere P in FB aequetur facto ex pondere H in FC; etiam ſumma momentorum ponderum p, P aequabitur ponderis H momento.

PROPOSITIO X.

320. *Datis tribus ponderibus p, P, R (Fig. 95.) in vecte horizontali e punctis A, B, D ſuſpenſis, invenire hypomochlii punctum F, ex quo ſi vectis ſuſpendatur, ſitum horizontalem conſervet, & pondera ſint in aequilibrio.*

Quaeratur (304) hypomochlium C pro duobus ponderibus p, P in aequilibrio conſtituendis. Deinde intelligatur ex puncto C ſuſpendi alterum pondus H aequale ipſo-

ipſorum ſummae, & inter hoc, & reliquum pondus R quaeratur (304) denuo hypomochlium F, quod quaeſitum erit. Nam quia eſt C hypomochlium ponderum p, P in aequilibrio poſitorum, erit (299) p ad P, ut CB ad CA, & factum ex p in CA aequabitur facto ex P in CB. Atqui momentum ponderis p eſt (318) ut factum ex p in FA, ſeu ut ſumma factorum ex p in FC, & ex p in CA; ergo erit etiam ut ſumma factorum ex p in FC, & ex P in CB. Sed etiam momentum ponderis P eſt (318) ut factum ex P in FB; igitur ſumma momentorum ponderum p, P erit ut ſumma factorum ex p in FC, ex P in FB, & ex P in BC, ſeu ut ſumma factorum ex p in FC, & ex P in FC. Sed quia ſumma ponderum p, P eſt (*ex conſtr*) ponderi H aequalis, ſumma quoque factorum ex p in FC, & ex P in FC aequatur facto ex H in FC; ergo etiam ſumma momentorum ponderum p, P aequabitur (319) ponderis H momento. Atqui cum F ſit (*ex conſtr*) punctum hypomochlii ponderum H, R, utique ſi ſuſpendatur vectis ex puncto F, pondera H, R manent aequilibrata; ergo aequilibrata manebunt quoque tria pondera p, P, R.

Corollarium.

321. Ex hujus problematis ſolutione patet, quomodo hypomochlium inveniatur pro pluribus quam tribus ponderibus in aequilibrio conſtituendis.

Propositio XI.

322. *Si potentia agens ſecundum rectam perpendicularem ad horizontem, cuivis datae machinae applicetur, pondusque elevet; illius momentum ad hujus momentum erit, ut factum ex potentia in ſpatium, quod ipſa tempore dato abſolvit juxta propriam directionem, ad factum ex pondere in ſpatium ab eo percurſum eodem tempore contra propriam directionem.*

In machina quavis data potentia, & pondus ita in ſe agant, ut deſcendere ipſa nequeat juxta propriam directionem, quin urgeat ſurſum pondus contra propriam directionem. Jam ſi loco machinae datae ſubſtituatur vectis horizontalis, cujus longitudo, & hypomochlium talia ſint, ut potentia, & pondus vectis extremitatibus applicata, pari tempore abſolvant eadem ſpatia, quae in data machina percurruntur; eaedem erunt in vecte, ac in machina data actiones potentiae, & ponderis, eademque prorſus momenta; nam ſemper eadem vis requiritur ad idem pondus per idem ſpatium dato tempore promovendum. Hic vectis itaque ſit AB (*Fig.* 96.), cui potentia P, & pondus Q perpetuo applicentur ſecundum rectas AP, BQ perpendiculares ad horizontem; ſic autem rotetur vectis circa ejus fulcrum C, ut adepto illo poſitionem *ab*, potentia P, & pondus Q abeant in *p*, *q*, & filum *ap* productum, ſecet horizontalem vectem AB in E. Hoc facto, evidens eſt, potentiam P juxta propriam directionem percurriſſe ſpatium E*a* eodem tempore, quo pondus Q contra propriam directionem abſolvit ſpatium O*b*. Momentum potentiae P in loco *p* eſt (316) ad momentum ponderis Q in loco *q*, in ratione compoſita ex ratione potentiae P ad pondus Q, & ex ratione diſtantiae CE ad diſtantiam CO. Sed ob triangulum EC*a* ſimile OC*b*, diſtantia CE eſt ad diſtantiam CO, ut E*a* ad O*b*; ergo & momentum potentiae P in loco *p* erit ad momentum ponderis Q in loco *q*, in ratione compoſita ex ratione potentiae P ad pondus Q, & ex ratione E*a* ad O*b*, ſive ut factum ex potentia P in ſpatium ejus E*a*, ad factum ex pondere Q in ſpatium ſuum O*b*. Atqui momenta potentiae, & ponderis in data machina ſunt (*ex hyp*) prorſus eadem, quae in hoc vecte; ergo & in machina data momentum potentiae erit ad illud ponderis, ut factum ex potentia in ejus ſpatium juxta propriam directionem, ad factum ex pondere in ſpa-

ſpatium, quod pari tempore abſolvit contra propriam directionem.

COROLLARIUM I.

323. Quia dum potentia ope machinae movet pondus, ſpatia ab illis eodem tempore abſoluta, ſunt inter ſe in eadem perpetuo ratione; ideo ſi machinae talis potentia applicetur, quae ſit ad pondus in ratione reciproca hujuſmodi ſpatiorum, neceſſario dabitur aequilibrium. Cum enim potentia (*ex hyp*) ſit ad pondus, ut hujus ſpatium ad ſpatium illius, etiam factum ex potentia in eius ſpatium aequabitur facto ex pondere in ſpatium ſuum. Atqui primum factum eſt (322) ad alterum, ut momentum potentiae ad momentum ponderis; ergo haec momenta quoque aequalia erunt, & ideo dabitur aequilibrium.

COROLLARIUM II.

324. Hinc ſi in aliqua data machina ſpatium potentiae ſit ſemper ad ſpatium ponderis in ratione 12 ad 1, ſive 12000 ad 1000; tunc ſi potentia aequivalens libris 25, huic machinae applicetur, illa erit (323) aequilibrata cum pondere 300 librarum. Nam potentia erit ad pondus, ut 25 ad 300, ſive ut 1 ad 12, aut ut 1000 ad 12000, hoc eſt in ratione reciproca ſpatiorum a potentia, & pondere pari tempore abſolvendorum.

COROLLARIUM III.

325. Quia homo, qui per tres horas continuas machinae applicatur, poteſt (282) exerere potentiam 25 libris aequivalentem, ſimulque tempore unius horae percurrere ſpatium 12000 pedum; utique ipſe huic machinae applicatus, poterit tempore unius horae attollere pondus 300 librarum per duodecimam partem altitudinis 12000 pedum, ſive per altitudinem 1000 pedum.

Corollarium VI.

326. Unde ut exigua potentia ope machinae datae poſſit attollere magnum pondus, ſemper ſpatium a potentia dato tempore abſolutum, debet eſſe majus altero ſpatio, quod interea a pondere abſolvi ſolet; & quo majus eſt ſpatium potentiae relate ad illud ponderis, eo majus ſimiliter erit pondus, quod a potentia poterit elevari, ſive eo praeſtantior erit machina. Quare in praeſtantiſſimis etiam machinis lucrum, quod ex parte potentiae obtinetur, ſemper cum damno ſpatii, & temporis jungi ſolet.

Scholium.

327. At vero haec non obſtant machinarum utilitati, quam ingentem eſſe frequentiſſime experimur. Etenim ſi ex fundo navis, aut putei tota eſſet aquae quantitas educenda, tunc poſſet quidem ſitula adhiberi, quamdiu ipſa aquae immergi poteſt; at ſi aquae copia non ſit tanta, quanta opus eſt, ut ipſi ſitula immergatur, tunc fruſtra ſitula uteremur, ſed ad ſuctoriam antliam eſſet unice recurrendum. Non ergo antliam adhibemus, quod ejus ope major aquae quantitas eodem tempore hauriatur, quam dum ſitulam adhibemus; ſed quia in navibus, & puteis omnino exſiccandis non poteſt ſitula adhiberi.

Plerumque machina quoque inſervit, ut pondus integrum transferatur, aut elevetur, quod abſque illa nonniſi per partes fieri certe poſſet. Finge enim ab homine, qui tantum ferre poteſt onus librarum 100, transferendum eſſe pondus 1000 librarum ad diſtantiam milliaris. Sane ſi dividi hoc corpus poſſet in decem aequales partes, quae ponderarent ſingulae 100 libras; homo ille decem itinera inſtituendo, in quorum ſingulis exempli cauſa inſumeret unam horam, totum pondus per partes transferre poſſet poſt decem horas. Ve-

Verum ſi in partes dividi pondus nequeat, veluti ſi de ſtatuis, obeliſcis, ſaxiſque ingentibus ageretur, tunc debet machinam adhibere, ut poſſit integrum corpus transferre eodem tempore, quod inſumeret transferendo illud per partes.

Id tandem commodi machinae nobis praeſtant, quod vires inanimatae, veluti aqua, & ventus, aut animatae, ut bos, & equus, id poſſint agere ope machinae, quod ſeptem homines vix praeſtarent. Exemplo eſſe queunt tum molendina, quae aquae, aut venti actionibus agitantur, tum machinae etiam illae, quas adhibent olitores ad aquam e puteis hauriendam pro hortorum irrigatione. Neque vero harum machinarum utilitas in eo eſt collocanda, quod ſcilicet rotae illae, aut inſtrumenta ita potentiam juvent, ut haec tempore dato pondus attollat per majus ſpatium, quam ſine illis; ſed quia motus aquae, aut aeris nullius ferme diſpendii eſt, & ſuſtentatio aequi machinae applicati, longe minor eſt ſumptu neceſſario ad ſeptem homines nutriendos.

CAPUT III.

De methodo centrum gravitatis corporum determinandi.

DEFINITIO X.

328. S*yſtema corporum* eſt collectio plurium corporum, quae ſimul veniunt in conſiderationem, ſeu dein ipſa ſint a ſe invicem ſeparata, ſeu (quod plerumque fit) per rectas inflexiles, & gravitatis expertes inter ſe connexa concipiantur.

DEFINITIO XI.

329. *Centrum gravitatis ſyſtematis corporum* eſt punctum, ex quo ſi ſyſtema libere penderet, totum corporum ſyſtema immotum maneret, & undique in aequilibrio, velut ſi tota ſyſtematis gravitas in illud punctum collecta eſſet.

COROLLARIUM I.

330. Centrum itaque gravitatis ſyſtematis duorum corporum *p*, P (*Fig.* 97.) eſt idem cum puncto F hypomochlii, circa quod corpora aequilibrantur; unde ex dictis (304) facile determinabitur.

COROLLARIUM II.

331. Quare ſi corpora *p*, P (*Fig.* 98.) mutuo ſint aequalia, centrum gravitatis ſyſtematis corporum erit (305) punctum medium F rectae AB, jungentis illorum centra particularia.

SCHOLIUM.

332. Quamvis lineae, & ſuperficies omni careant gravitate, nihilominus tamen in calculis mechanicis earum centra gravitatis adhibentur, lineis nempe ſpectatis, tamquam compoſitis ex materia homogenea, & ubique aequaliter denſa. Unde centrum gravitatis lineae rectae erit medium ejus punctum; ſi enim ipſa ex hoc puncto medio ſuſpendatur, vel ſi huic puncto fulcrum immobile ſupponatur, tunc utraque pars dimidia ejuſdem rectae ſpectari poteſt inſtar brachii aequalis vectis, & aequali pondere onerati, & ideo centrum gravitatis ejuſdem erit (331) in medio illo puncto.

PROPOSITIO XII.

333. *Centrum gravitatis ſuperficiei circuli, aut ellipſis eſt idem prorſus cum centro utriuſque.*

Si

Si ex quolibet puncto A (*Fig. 99.*) perimetri circuli, aut ellipſis AEBD agatur per ejus centrum F recta AB ad punctum oppoſitum terminata, haec dividet circulum, aut ellipſim in duas aequales partes, quae cum ex homogenea materia conſtent (332), erunt etiam aequaliter ponderantes; ergo eadem recta AB tranſibit (141) per centrum gravitatis circuli, aut ellipſis. Pari modo oſtendam, rectam quoque ED per idem centrum gravitatis tranſire; ergo hoc eſſe debet in illarum concurſu F.

PROPOSITIO XIII.

334. R*Eperire* (*Fig. 100.*) *centrum gravitatis ſuperficiei cujuſcunque trianguli CAB*.

Duobus lateribus AB, CB biſectis in D, & E, ad oppoſitos angulos C, & A ducantur DC, EV, mutuo convenientes ad punctum F: dico, quaeſitum centrum gravitatis eſſe in F. Nam quia CD ſecat AB in duas partes aequales AD, DB, dividet etiam triangulum ACB in duas aequales partes, quae cum ex homogenea (332) materia conſtent, erunt etiam aequaliter ponderantes; conſequenter recta CD tranſibit (141) per centrum gravitatis trianguli ACB. Ob eandem rationem, per idem centrum tranſibit etiam recta AE; igitur centrum erit in puncto F, quo nempe rectae CD, AE conveniunt inter ſe.

COROLLARIUM.

335. Unde habetur centrum F gravitatis trianguli CAB, ſi accipiantur duae tertiae ipſius CD, vel AE, ex quovis angulo ad lateris oppoſiti punctum medium ductae. Nam ducta EG ad AB parallela, triangulum BCD erit ſimile ECG, & DB erit ad GE, ut BC ad CE: verum BC dupla eſt rectae CE; ergo & DB, vel AD dupla erit GE. Atqui ob triangulum AFD ſi-

mile GFE, eſt AF ad FE, ut AD ad GE; ergo etiam AF dupla erit FE, & ita AF aequalis erit duabus tertiis rectae AE.

PROPOSITIO XIV.

336. *Invenire centrum gravitatis (Fig. 101.) cujuſvis trapezii ABOD.*

Per diagonalem OA trapezium dividatur in duo triangula ABO, ADO. Deinde horum centra gravitatis C, I expoſito (334) modo inventa, jungantur recta CI tamquam vecte, cujus extremitatibus C, I appenſa intelligantur pondera areis triangulorum proportionalia. Quaeratur (304) denique punctum F aequilibrii hujus vectis, quod erit centrum gravitatis trapezii dati.

PROPOSITIO XV.

337. *Syſtematis rectarum A, B, G, D (Fig. 102.) centrum gravitatis C invenire.*

Puncta media duarum ex datis jungantur recta AB, quae conſideranda eſt inſtar vectis, ad cujus extremitates A, B appenſa ſint pondera longitudini rectarum junctarum proportionalia. Deinde quaeratur 1.° inter haec pondera punctum E (304) aequilibrii. 2.° Ex hoc puncto E ad medium punctum G lineae tertiae datarum agatur recta EG; quae rurſus ſpectanda eſt inſtar vectis, cujus unum extremum E ſuſtineat pondus proportionale ſummae linearum A, B; alterum vero extremum G regat pondus expoſitum per longitudinem lineae tertiae G. 3.° Quaeratur (304) inter haec pondera punctum aequilibrii F. 4.° Denique ex hoc puncto ad quartam ex datis rectis agatur nova recta FD, quae rurſus pro vecte habenda erit, & punctum aequili-

quilibrii C inveniatur, quod erit quoque centrum gravitatis ſyſtematis rectarum A, B, G, D.

COROLLARIUM I.

338. Si eadem methodus adhibeatur, pronum eſt invenire centrum gravitatis ſyſtematis cujuscunque corporum, quorum centra gravitatis particularia dentur poſitióne, & ratio ponderum itidem nota ſit.

COROLLARIUM II.

339. Patet quoque ex hac ſolutione, quomodo inveniatur centrum gravitatis perimetri cujuſvis figurae rectilineae.

PROPOSITIO XVI.

340. *Polygoni cujuſcunque centrum gravitatis detegere.*

Polygonum 1.° dividatur in tot triangula, quot ſunt latera, demptis quatuor. 2.° Quaeratur ſingulorum ſuperficies, & centrum (334) gravitatis. 3.° Haec triangula conſiderentur ut ſyſtema corporum, quorum pondera ſint ſuperficiebus triangulorum proportionalia, & centra gravitatis eadem cum centris gavitatis triangulorum. 4.° Quaeratur (338) centrum commune gravitatis ſyſtematis horum corporum, quod erit quoque centrum gravitatis polygoni dati.

PROPOSITIO XVII.

341. *Centrum gravitatis pyramidis cujuſcunque eſt ſemper in illa recta, quae pyramidis verticem jungit cum centro gravitatis ejuſdem baſis.*

I. Sit pyramis triangularis quaecunque ABCE (*Fig.* 103.) habens centrum gravitatis baſis in puncto F, & junga-

jungatur AF: dico, in hac quoque recta centrum gravitatis pyramidis reperiri. Ductis enim per F rectis BD, CO, quae ſingulae biſecabunt triangulum BCE (334), jungantur AD, AO. Quia pyramides ABCD, ABED ſunt aeque altae, habentque aequales baſes, utique invicem aequabuntur, eruntque aequaliter ponderantes; conſequenter planum trianguli BAD tranſibit (141) per centrum gravitatis pyramidis ABCE. Simili modo conſtat, planum trianguli CAO tranſire quoque per idem centrum; igitur illud erit in recta AF, quae eſt communis utrique plano.

II. Sit (*Fig.* 104.) polygona pyramis ABCEHG, habens centrum gravitatis baſis in puncto F, & jungatur AF: dico, pariter in hac recta eſſe centrum gravitatis pyramidis ABCEHG. Traductis enim per F rectis BD, CO, quae ſingulae biſecabunt (141) baſim polygonam BCEHG, jungantur AD, AO. Quia pyramides ABCED, ABGHD ſunt aequae altae, habentque aequales baſes, utique illae invicem aequabuntur, eruntque aequaliter ponderantes; & ideo planum trianguli BAD tranſire (141) debet per centrum gravitatis pyramidis polygonae ABCEHG. Pari modo oſtendam, planum trianguli CAO tranſire quoque debere per idem centrum; hoc igitur eſſe debet in recta AF, quae eſt communis ſectio utriuſque plani.

PROPOSITIO XVIII.

342. *Centrum gravitatis invenire* (*Fig.* 105.) *cujuſvis triangularis pyramidis ABCE.*

Invento (334) centro gravitatis F trianguli BCE, jungatur AF. Rurſus detecto centro gravitatis K trianguli CAE, jungatur BK, ipſi AF occurrens in puncto I: dico, hoc eſſe quaeſitum centrum gravitatis pyramidis ABCE. Nam quia A eſt vertex pyramidis ABCE,

& F

& F centrum gravitatis illius baſis, utique AF tranſibit (341) per centrum gravitatis pyramidis ABCE. Rurſus ſi punctum B pro pyramidis vertice accipiatur, & ipſi oppoſitum triangulum CAE pro ejus baſi, etiam juncta BK tranſibit (341) per centrum gravitatis pyramidis ABCE; igitur illud erit in puncto I, ubi nimirum rectae AF, BK mutuo ſe interſecant.

PROPOSITIO XIX.

343. *SI ex vertice A (Fig. 105.) triangularis pyramidis ABCE ducatur ad centrum gravitatis baſis recta AF, diſtantia IA ejuſdem centri a vertice A, aequalis erit tribus quadrantibus rectae AF.*

Jungatur FK. Quoniam rectae FD, KD ſunt tertiae partes (335) rectarum BD, AD, hae in eadem ratione erunt ſectae in F, & K; unde FK, BA parallelae erunt inter ſe, & FK erit ad BA, ut FD ad BD, ſive (335) ut 1 ad 3. Sed ob triangulum FIK ſimile alteri BIA, eſt FI ad IA, ut FK ad BA; ergo etiam FI erit ad IA, ut 1 ad 3, & ideo erit IA aequalis tribus quadrantibus rectae FA.

PROPOSITIO XX.

344. *CEntrum gravitatis pyramidis polygonae ABCEHG (Fig. 104.) diſtat a vertice ejus A per tres quadrantes rectae AF, ex eodem vertice ad centrum gravitatis baſeos ductae.*

Si baſis pyramidis polygonae in triangula dividatur, facile apparet, ſingula haec triangula ſpectari poſſe veluti baſes totidem pyramidum triangularium ad eundem verticem coeuntium, ac pyramidem polygonam componentium. Jam vero ſi in recta AF ſumatur AI,

quae

quae tribus ejus quadrantibus ſit aequalis, & per punctum I trajiciatur planum baſi polygonae parallelum; evidens eſt, omnes rectas ex vertice A ductas ad centrum gravitatis illorum triangulorum, in quae baſis eſt reſoluta, itidem ſecari ab eodem plano in punctis, quae a vertice diſtant per tres quadrantes longitudinis earundem; quare planum hoc ſecans tranſibit quoque per centra gravitatis (343) omnium pyramidum triangularium polygonam componentium, conſequenter etiam tranſibit (338) per centrum gravitatis totius ſyſtematis pyramidum triangularium, ſive per centrum gravitatis pyramidis polygonae ABCEHG. Atqui etiam recta AF tranſit (341) per idem centrum; ergo hoc reperietur in puncto I, ubi recta AF occurrit eidem plano.

COROLLARIUM.

345. Quoniam conus ſpectari poteſt ceu polygona pyramis, cujus baſis polygona abit in circulum circumſcriptum; etiam centrum gravitatis coni, ſeu recti, ſeu obliqui diſtabit ab ejus vertice per tres quadrantes ejuſdem axis.

PROPOSITIO XXI.

346. *In quovis cylindro* (*Fig.* 106.) *centrum gravitatis eſt in puncto medio axis, ſeu rectae NM, jungentis centra duarum baſium oppoſitarum.*

Secetur cylindrus duobus planis BDKI, AOLR per axem NM traductis, quorum utrumque dividet cylindrum in duas aequales partes, & aequaliter ponderantes, & ideo utrumque etiam tranſibit (141) per ejus centrum gravitatis, quod propterea erit in axe NM. Rurſus per medium punctum C axis NM ſecetur idem cylindrus plano EFHG baſibus parallelo, quod cum dividat cylindrum in duas aequales partes, & aequaliter

ter ponderantes, tranſibit (141) quoque per ejus centrum gravitatis. Vidimus autem per hoc centrum etiam tranſire planum alterum AOLR; igitur idem erit in recta EH, quae communis eſt interſectio plani EFHG cum plano AOLR. Cum centrum itaque gravitatis reperiatur ſimul in rectis NM, EH, evidens eſt, illud eſſe in illarum concurſu C.

COROLLARIUM.

347. Pari modo oſtendetur, centrum gravitatis in quovis priſmate reperiri in puncto medio ſui axis, ſive rectae jungentis centra gravitatis baſium oppoſitarum.

CAPUT IV.

De Plano inclinato, machinarum ſimplicium altera.

PROPOSITIO XXII.

348. M*Anente aequilibrio* (*Fig*. 107. 108. 109. 110.) *inter potentiam p, & pondus corporis C incumbentis plano inclinato AD, ſi agantur CP, CH, quarum altera ſit normalis ad horizontem, altera vero ad planum AD, & inde accepto in recta CH quolibet puncto F, ex hoc ad directiones Cp, CP demittantur perpendiculares FS, FV; potentia p erit ad pondus corporis C, ut FV ad FS.*

Dum corpus C retinetur in plano inclinato AD, tres potentiae concurrunt ad aequilibrium efformandum. Prima eſt potentia P, ſeu pondus, quo corpus C deſcendere nititur in directione CP normali ad horizontem. Secunda eſt potentia *p*, quae quavis directione C*p* corpus retrahit a deſcenſu. Tertia eſt reſiſtentia a plano AD exercita contra corpus, quae poteſt conſidera-

declarari velut potentia quaedam R corpori applicata, & quidem agens ſecundum rectam CR perpendicularem plano AD, cum juxta hanc corpus a plano ſuſtineatur. Cum itaque ſit CR perpendicularis ad planum AD, utique haec verſus C producta, tranſibit per tactum E, atque coincidet cum CH, & ideo punctum F erit in directione potentiae R. Atqui ex hoc puncto ductae ſunt rectae FS, FV perpendiculares ad directiones aliarum potentiarum p, P; ergo (103) potentia p erit ad potentiam P, ſive ad pondus corporis C, ut FV ad FS.

L E M M A.

349. *SI ex aliquo puncto C (Fig. 111.) extra hypotenuſam AD trianguli rectanguli ABD agantur CV, CE, quarum altera ſit normalis ad latus BD, altera vero ad hypotenuſam AD, occurrens ipſi BD in F; triangulum CVF erit ſimile ABD.*

Quoniam recta AI ſecat parallelas CV, AB, angulus CIE aequabitur alterno A: ſed rectus quoque angulus CEI aequalis eſt recto B; ergo triangulum CEI erit ſimile ABD. Sed quia duo anguli C, V trianguli CVF aequantur duobus angulis C, E trianguli CEI, etiam triangulum CVF eſt ſimile CEI; ergo idem triangulum CVF erit quoque ſimile ABD.

PROPOSITIO XXIII.

350. *SI directio potentiae p (Fig. 107.) ſit parallela ad horizontem, ſive ad baſim plani; erit potentia p ad pondus corporis C, cum quo aequilibratur, ut altitudo plani ad longitudinem ſuae baſis.*

Quia ſunt parallelae Cp, DB, eſtque CV normalis ipſi DB, & FS ipſi Cp, erunt aequales CV, FS. Sed poten-

potentia p eſt (348) ad potentiam P, ſive ad pondus corporis C, ut FV ad FS; igitur erit quoque, ut FV ad CV. Sed ob triangulum CVF ſimile (349) ABD, eſt FV ad CV, ut AB ad BD; ergo potentia p erit quoque ad pondus corporis C, ut AB ad BD.

COROLLARIUM.

351. Quoties ergo plani altitudo AB minor eſt longitudine baſis BD, etiam potentia p, quae ſuſtinet corpus C, hujus pondere minor erit. At ſi AB ſit ipſi BD aequalis, etiam potentia p erit aequalis ponderi ſuſtentato.

PROPOSITIO XXIV.

352. *SI directio potentiae p (Fig. 109.) ſit parallela ad planum inclinatum AD; potentia p erit ad pondus corporis C, cum quo aequilibratur, ut plani altitudo AB ad ejus longitudinem AD.*

Quia ſunt parallelae Cp, DA, eſtque FC normalis ad DA, erit normalis etiam ad Cp, & ideo ſi ex puncto F demittatur perpendicularis FS ad directionem potentiae p, neceſſario ipſa congruet cum FC; conſequenter potentia p erit ad potentiam P, ſive ad pondus corporis C, ut FV ad FC. Atqui ob triangulum CVF (349) ſimile alteri ABD, eſt FV ad FC, ut AB ad AD; ergo etiam potentia p erit ad pondus corporis C, ut AB ad AD.

COROLLARIUM.

353. Hinc quia plani altitudo AB eſt ſemper minor longitudine ejus AD, etiam potentia p ſemper minor erit pondere, quod ſuſtentat. En igitur rationem, cur planum inclinatum inter machinas ſimplices numeretur!

PRO-

PROPOSITIO XXV.

354. *SI potentia p (Fig. 109.), quae ſuſtinet corpus C ſuper plano inclinato AD, agat in directione Cp parallela ad idem planum; erit potentia p ad vim, qua corpus C premit idem planum AD, ut hujus altitudo AB ad longitudinem baſis BD.*

Sumpto quolibet puncto V in directione CP potentiae P, ex illo ad directiones aliarum potentiarum p, R demittantur perpendiculares VG, VL; eritque (103) potentia p ad potentiam R, ſive ad vim, qua corpus C premit planum AD, ut VG ad VL, aut ut VG ad GC. Sed quia ex recto angulo CVF demiſſa eſt ad hypotenuſam CF perpendicularis VG; eſt VG ad GC, ut VF ad VC, vel (349) ut AB ad BD; ergo etiam potentia p erit ad vim, qua corpus C premit planum AD, ut AB ad BD.

SCHOLIUM I.

355. Ex hac propoſitione affrictus quantitas invenitur. Ut vero intelligatur quid ſit affrictus praemitti debet, nullam eſſe ſuperficiem etiam eximie levigatam, quae non emineat pluribus aſperitatibus, &, ut ita dicam, monticulis, quemadmodum microſcopia facile nos convincunt. Hinc ſi unum corpus ſupra aliud radendo incedat, eminentes illius partes in hujus cavitates immergi debent, & e converſo; indeque fiet, ut motus haberi nequeat, niſi aſperae illae partes ſuſtollantur e cavitatibus, mox in alias relapſurae, ſeu niſi affrictus aliquis oriatur. Hanc reſiſtentiam variis experimentis conati ſunt aeſtimare diligentiſſimi phyſici; ſed irrito tamen, ut mihi videtur, conatu. Alii enim putarunt, hanc reſiſtentiam eſſe in ratione preſſionum, ſeu virium, quibus corpora, dum moventur, premunt ſubjecta plana;

alii

alii vero in ratione celeritatum, quibus moveri ſolent. At mihi facile perſuadeo, hanc reſiſtentiam potius eſſe in ratione compoſita ex utraque; nam quo major eſt preſſio corporis in ſubjectum planum, eo altius illius aſperitates in cavitates hujus inſeri debent; & quo major eſt velocitas corporis, quod movetur, eo plures numero aſperitates dato tempore cavitatibus inferuntur. Unde ſi duo corpora cum eadem velocitate moveantur ſupra idem planum, eorum affrictus erunt in ratione ſimplici preſſionum.

SCHOLIUM. II.

356. Hinc quando corpus incumbit plano 18 gradibus, & 26 minutis circiter inclinato, ejus affrictus eſt tertia pars preſſionis. Nam corpus illud baſi, quantum conditio patitur, polita ſtatuatur ſuper plano horizontali itidem polito. Dein hoc planum ſenſim eo uſque elevetur ad diverſos angulos inclinationis, donec corpus ei incumbens, jam jam per declive ſuper baſi ſua deſcendere incipiat. Atqui dum corpora (ut plurima ſunt) inſigni duritie carent, ideoque accuratius nequeunt perpoliri, fere incipiunt deſcendere, ubi plani inclinatio eſt 18 graduum, & 26 circiter minutorum, quo ſitu altitudo ferme eſt pars tertia longitudinis ejus baſis. Igitur quando corpus ſuper hoc planum jam jam deſcenſum inchoat, affrictus (quo ſolo retrahitur a deſcenſu) ſpectari poteſt velut potentia p (*Fig.* 109.), quae agens in directione parallela ad planum, corpus C retrahat a deſcenſu. Verum in hac hypotheſi eſt (350) potentia p ad vim, qua corpus C premit planum AD, ut AB ad BD, aut ut 1 ad 3; ergo & affrictus corporis in hoc plano erit ad ejus preſſionem, ut 1 ad 3, ſive affrictus erit tertia pars preſſionis in idem planum.

SCHOLIUM III.

357. Invento affrictu corporis C (*Fig* 109.) in plano AD 18 gradibus, & 26 minutis circiter inclinato, prodibit quoque ejus affrictus in horizontali plano BD. Quippe corporis C affrictus in plano inclinato AD eſt (355) ad ejus affrictum in plano horizontali BD, ut preſſio in planum AD ad preſſionem in planum BD, ſive ut tertia pars primae preſſionis ad tertiam partem ſecundae. Atqui affrictus in plano inclinato AD eſt tertia (356) pars preſſionis in idem planum; ergo & affrictus in plano horizontali BD erit tertia pars preſſionis in hoc planum.

SCHOLIUM IV.

358. Inventa autem menſura affrictus corporis in plano horizontali, eadem etiam invenietur in plano quolibet inclinato. Nam corporis affrictus in plano horizontali eſt ad ejus affrictum in plano quolibet inclinato, ut (355) preſſio in planum horizontale ad preſſionem in planum inclinatum, ſive ut tertia pars primae preſſionis ad tertiam partem ſecundae. Sed affrictus in plano horizontali eſt (357) tertia pars preſſionis in idem planum; ergo & affrictus in plano quolibet inclinato erit tertia pars preſſionis in hoc planum.

CAPUT V.

De Trochlea machinarum ſimplicium tertia.

DEFINITIO XII.

359. TRochlea eſt (*Fig.* 112.) orbiculus BLAH ligneus, aut metallicus, in medio C verſatilis circa *axem*, aut *clavum* cylindricum fixum in loculamento, quod trochleam ipſam continet. In extimo ejus ambitu alveolus excavatur, qui circumductum funem in ſe recipiat.

DEFI-

DEFINITIO XIII.

360. *Trochlea fixa* (*Fig.* 112.) eſt illa, cujus loculamentum ex unco, vel quovis demum retinaculo immobili R ſuſpenditur. *Trochlea mobilis* (*Fig.* 113.) vero eſt illa, quae unco ſuo in ipſo pondere attollendo R firmata, cum eodem movetur.

SCHOLIUM.

361. Quandoque axis orbiculo trochleae eſt affixus, tuncque ejuſdem extremitates libere verti poſſunt intra foramina circularia inciſa in loculamento.

PROPOSITIO XXVI.

362. *In omni trochlea fixa, aut mobili duae potentiae p, P* (*Fig.* 112. 113.) *in aequilibrio conſtitutae, quae funem alveolo inſertam trahunt, ſunt inter ſe aequales.*

Ducta ſubtenſa BA, ex trochleae centro C agantur radii CB, CA, qui perpendiculares erunt ad funis partes Bp, AP, trochleam contingentes in B, & A. Quia pars trochleae BHA ad ſuſtentationem ponderis nihil confert, utique illa ablata, adhuc ſubſiſteret aequilibrium. Rurſus quia pars reliqua BLA unice regit funem, ea quoque ſublata, non turbabitur aequilibrium, dummodo ſit ſuperſtes rigida recta BA, quae per funes firmatos in B, A, O, trahatur a tribus potentiis p, P, R ſecundum directiones Bp, AP, OR, mutuo (295) convenientes ad punctum D; & ideo trochlea ad vectem BA reducitur. Si itaque ex puncto O, ubi applicatur potentia R, ad aliarum directiones demittantur perpendiculares OV, OS, habebitur (297) p ad P, ut OS ad OV. Sed quia radii CA, CB ſunt paralleli ad rectas OS, OV, eſt CA ad CB, ut OS ad OV; ergo & p erit ad P, ut CA ad

CB. Atqui CA eſt ipſi CB aequalis; ergo & p aequabitur ipſi P.

COROLLARIUM I.

363. Hinc in trochlea fixa (*Fig.* 112.) vis potentiae (362) aequatur ponderi, quod ab ea in aequilibrio ſuſtinetur.

COROLLARIUM II.

364. Quare trochlea fixa non confert ad potentiae vim augendam, ſed id commodi tantum praeſtat, quod ejus ope directio, ut libuerit, mutari queat, ac proinde pondus poſſit ſubſtitui pro potentia. Ita ſi homo labore non interrupto debeat onus quodpiam verticaliter elevare, non poterit quidem (282) exerere vim majorem, quam quae aequivaleat libris 25; at ſi directionem, qua alias ſurſum niti debebat, ope trochleae mutet in aliam, qua deorſum trahat; tunc uti poterit pondere ſui corporis, atque ita onus facilius elevabit.

PROPOSITIO XXVII.

365. *SI directio CD ponderis G (Fig. 114.) ſuſpenſi ex mobili trochlea BLAH, & cum potentia P aequilibrati, tranſeat per trochleae centrum C, ſecetque ſubtenſam BA in O; demiſſa ex A ad directionem BP potentiae P perpendiculari AE, erit potentia P ad pondus G, ut AO ad AE.*

Agantur radii CA, CB. Quia trochlea eſt (362) habenda ut vectis BA, cui in punctis B, A, O applicantur potentiae P, G, F in aequilibrio collocatae; utique earum directiones BP, AF, OD convenient (295) ſimul ad punctum D. Porro cum rectae DB, DA trochleam tangant in B, & A, erunt aequales etiam inter ſe; & ideo latera DB, BC trianguli BDC aequabuntur late-

lateribus DA, AC trianguli ADC. Sed etiam rectus angulus DBC aequalis eſt recto alteri DAC; ergo & angulus BDC, vel BDO aequabitur angulo ADC, vel ADO. Itaque in triangulis DBO, DAO praeter latera DB, DO aequalia lateribus DA, DO, eſt quoque angulus BDO aequalis alteri ADO; unde etiam angulus DOB aequabitur angulo DOA, & ita erit uterque rectus; conſequenter erit AO perpendicularis ad directionem CD ponderis G. Cum ergo ex puncto A, ubi applicatur potentia F, demiſſae ſint perpendiculares AE, AO ad directiones aliarum P, G, utique (297) potentia P erit ad pondus G, ut AO ad AE.

PROPOSITIO XXVIII.

366. *Iiſdem poſitis, potentia P erit ad pondus G, cum quo aequilibratur, ut trochleae radius CA ad ſubtenſam AB arcus, cui circumducitur funis.*

Quia CB, AE perpendiculares (*ex hyp*) ſunt ad PD, erunt etiam mutuo parallelae, & ideo angulus CBO aequabitur BAE. Cum vero iſoſceles ſit triangulum BCA, angulus CAO aequalis eſt CBO; ergo etiam angulus CAO aequabitur BAE. Sed rectus quoque (365) angulus AOC aequalis eſt recto alteri AEB; ergo triangulum OCA erit ſimile EBA, & AC erit ad AB, ut AO ad AE. Eſt autem (365) potentia P ad pondus G, ut AO ad AE; igitur erit quoque, ut CA ad AB.

COROLLARIUM I.

367. Si directiones partium funis PB, FA ſint (*Fig.* 115.) parallelae, potentia P erit ad pondus G, ut 1 ad 2. In hoc etenim caſu ſubtenſa AB congruet cum diametro ipſius trochleae, quae dupla eſt radii CA.

Digitized by Google

COROLLARIUM II.

368. Quia potentia P eſt (367) ad pondus G, ut 1 ad 2; potentia P erit dimidia ponderis, quod ſuſtentat.

COROLLARIUM III.

369. Igitur ſingulae funis partes BP, AF tendi debent vi aequali dimidio ponderis G.

PROPOSITIO XIX.

370. *Si potentia P (Fig. 117.) ope trium mobilium trochlearum H, D, C ſuſtineat pondus K; potentia P erit ad pondus K in ratione compoſita ex ratione radii HI ad ſubtenſam IG, ex ratione radii DF ad ſubtenſam FE, & ex ratione radii CB ad ſubtenſam BA.*

Pondus, quo premitur trochlea prima H, vocetur T; quod vero trahit ſecundam D, dicatur R. Quia potentia P ope trochleae H ſuſtinet pondus T, erit (366) P ad T, ut radius HI ad ſubtenſam IG. Rurſus cum pondus T aequetur tenſioni funis ET, ipſum haberi poteſt velut potentia quaedam, quae trahendo funem ex E verſus T, ſuſtineat pondus R; & ideo pondus T erit (366) ad pondus R, ut radius DF ad ſubtenſam FE. Simili modo oſtendam, pondus R eſſe ad pondus K, ut radius CB ad ſubtenſam BA. Sed potentia P eſt ad pondus K in ratione compoſita ex ratione potentiae P ad pondus T, ex ratione ponderis T ad pondus R, & ex ratione ponderis R ad pondus K; ergo etiam potentia P erit ad pondus K in ratione compoſita ex ratione radii HI ad ſubtenſam IG, ex ratione radii DF ad ſubtenſam FE, & ex ratione radii CB ad ſubtenſam BA.

CORO-

COROLLARIUM I.

371. Si funium partes (*Fig.* 118.) RA & NB, TE & MF, PG & LI fuerint parallelae; tunc ſinguli radii IH, DF, CB ad ſingulas ſubtenſas IG, FE, BA erunt in eadem ratione 1 ad 2. Sed potentia P eſt (370) ad pondus K in ratione compoſita ex rationibus radii HI ad ſubtenſam IG, radii DF ad ſubtenſam FE, & radii CB ad ſubtenſam BA; ergo potentia P erit quoque ad pondus K in ratione triplicata 1 ad 2, ſive ut 1 ad 8, hoc eſt potentia P erit octava pars ponderis, quod ſuſtentat.

COROLLARIUM. II.

372. Quia ſimili modo conſtat, ſi trochleae mobiles fuerint quatuor, potentiam P eſſe ad pondus K in ratione quadruplicata 1 ad 2, ſive ut 1 ad 16; & ſi trochleae mobiles quinque fuerint, potentiam P eſſe ad pondus K in ratione quintuplicata 1 ad 2, hoc eſt ut 1 ad 32, & ſic deinceps; ideo generatim numerus mobilium trochlearum exponit quantum ratio potentiae ad pondus ſit multiplex rationis 1 ad 2.

DEFINITIO XIV.

373. Si intra immobile loculamentum RG (*Fig.* 116.) firmatis duobus trochleis S, & T, intra mobile aliud VK, cui appenſum eſt pondus B, firmentur duae aliae V, & Q: inde autem alligato in G uno extremo funis GFLEHIDCMP, extremo alteri applicetur potentia P, quae funem trahat; machina haec vocabitur *Polyſpaſtus*.

PROPOSITIO XXX.

374. IN *polyſpaſto* (*Fig.* 116.) *ſi potentia P ſit cum pondere B aequilibrata; funis ubique aequaliter tendi debet*.

Pars funis PM, quam trahit potentia P, tenditur aequaliter cum parte CD, quam trahit pondus ex trochlea S ſuſpenſum; quippe ſi tenſio unius partis ſuperaret alterius tenſionem, minor tenſio deberet cedere fortiori, & ſic deſtrui aequilibrium. Eandem ob cauſam tenſio partis CD aequalis erit tenſioni partis HI, & ſic deinceps; igitur funis ubique aequaliter tendi debet.

COROLLARIUM.

375. Sequitur inde, quamvis funis partem tendi vi aequali potentiae P, hoc eſt quamlibet partem funis agere in trochleam vi aequali potentiae P.

PROPOSITIO XXXI.

376. *IN polyſpaſto (Fig. 116.) ſi funes cum tenduntur, ſint paralleli; erit potentia P ad pondus B, ut unitas ad duplum numerum mobilium trochlearum.*

Summa ponderum, quibus onerantur trochleae mobiles V, & Q, aequalis eſt toti ponderi attollendo B; fixae enim trochleae S, & T nil aliud praeſtant, niſi ut mutata directione poſſit (364) funis mobilibus trochleis circumduci. Jam quoniam funis partes GF, EL ſunt inter ſe parallelae, ſingulae tendi debent vi (369) aequali dimidio ponderis ſuſtentati a trochlea prima V. Sed ſingulae pariter tendi debent (375) vi aequali potentiae P; ergo haec erit dimidia ponderis, quod prima trochlea V ſuſtentat. Pari modo oſtendam, eandem potentiam P dimidiam quoque eſſe ponderis, quo oneratur trochlea alia Q; ergo potentia P erit pars quarta ſummae ponderum, quibus trochleae mobiles onerantur, ſive pars quarta totius ponderis attollendi B, unde potentia P erit ad pondus B, ut 1 ad 4, ſive ut unitas ad duplum numerum mobilium trochlearum.

SCHO-

Scholium.

377. Theoriam hactenus demonſtratam confirmant etiam experimenta, quamdiu potentia trochleae applicata, cum pondere aequilibratur; at dum potentia ope trochleae movet pondus, tunc ob duplicem reſiſtentiam quae occurrit, eadem theoria exacte praxi non correſpondet. Prima reſiſtentia illa eſt, quae procedit ex mutuo attritu partium axis, & cavitatum, quas ipſe ingreditur. Conſtat enim experimentis, hanc reſiſtentiam motum trochleae deſtruere, aut retardare, non ſecus ac faceret potentia, quae ad partes directioni motus contrarias ageret; conſequenter ad aeſtimandam hanc reſiſtentiam, non ſatis eſt ſi quaeratur attritus quantitas abſoluta, ſed etiam (ſicuti in vecte egimus) inveſtiganda eſt praeterea ejus quantitas relativa, ſive habenda eſt ratio diſtantiae, qua ſingulae partes axis attritum ſubeuntes, removentur a centro circuli, quem deſcribunt. Et quia haec diſtantia eſt eo minor, quò minor eſt axis trochleae, quae movetur; ideo tanto minor erit trochleae reſiſtentia, quanto minor eſt ejus axis. Altera reſiſtentia, quae debet in trochlea ſuperari, ex funium rigore fluit, qui eo magis noxius eſt, quo 1.° funes ſunt craſſiores; 2.° quo recentiores; 3.° quo majore tenduntur pondere; 4.° quo ſunt trochleae velociores; 5.° quo trochleae ſunt minores, quoniam magis eos flecti neceſſe eſt, ut orbiculis circumplicentur.

CAPUT VI.

De axe in peritrochio, machinarum ſimplicium quinta.

Definitio XV.

378. Axis *in peritrochio* eſt cylindrus, qui ope rotae, ſcytalae, aut manubrii vertitur circa *axem* ſuum, vel *axiculos* baſium centris infixos. Scho-

SCHOLIUM I.

379. Frequentis uſus eſt id genus tractoria machina ad ſaxa e lapidicinis educenda, & aquam e puteis hauriendam. Dum vero adhibetur, funis altero ſui extremo eſt ponderi alligandus, altero autem firmandus eſt in cylindro, ut cum hic ope rotae, ſcytalae, aut manubrii vertitur circa axem, funis ipſi circumplicetur, & ita pondus cogatur accedere ad cylindrum. Quando cylindrus axis in peritrochio eſt horizontalis, tunc axis in peritrochio *ſucula* appellatur; at ſi cylindrus fuerit verticalis, *ergata* dici ſolet.

SCHOLIUM II.

380. Saepe cylindrus axis in peritrochio inſtructus eſt ſolum ſcytala, aut manubrio; quandoque vero unicam habet rotam inſtar tympani efformatam, intra cujus cavitatem homines ambulando, proprio pondere rotam, & cylindrum verſant. *Geranium* vocant hanc machinam, quae in uſu eſt ad transferendas naves ab inferiori alveo in altiorem.

PROPOSITIO XXXII.

381. *SI ope axis in peritrochio potentia attollat pondus; momentum potentiae erit ad illud ponderis, ut factum ex potentia in radium rotae, cui applicatur, ad factum ex pondere in radium cylindri, cui circumvolvitur funis.*

Sit FLCE (*Fig.* 119.) cilindrus horizontalis, KI ejus axis, D centrum rotae, & DH ejus radius. Dein intelligatur ex puncto A ſuperficiei cylindri ſuſpendi aliquod pondus Q, quod attollatur a potentia quapiam P, applicata rotae in H, & agentem perpetuo ſecundum directionem tangentis HP. Hoc facto in una machinae

con-

converſione tantundem deſcendet potentia P juxta propriam directionem, quanta eſt rotae circumferentia, & interea pondus Q tantundem aſcendet contra propriam directionem, quanta eſt longitudo funis ſemel cylindro circumplicati, ſeu quanta eſt cylindri circumferentia. Itaque in hac machina ſpatium potentiae eſt ſemper ad illud ponderis, ut circumferentia rotae ad circumferentiam cylindri, ſive ut radius HD rotae ad radium AB cylindri. Sed momentum potentiae eſt (322) ad illud ponderis, ut factum ex potentia in ſpatium ab eadem percurſum juxta propriam directionem, ad factum ex pondere in ſpatium ab eo interea abſolutum contra propriam directionem; ergo & momentum potentiae erit ad momentum ponderis, ut factum ex potentia in radium HD rotae ad factum ex pondere in radium AB cylindri.

COROLLARIUM I.

382. Si ergo potentia P ſit ad pondus Q, ut radius AB cylindri ad radium HD rotae; neceſſario dabitur aequilibrium. Cum enim in hac hypotheſi factum ex potentia in radium rotae aequetur facto ex pondere in radium cylindri, utique momentum potentiae aequari debet (381) momento ponderis, ſicque inter utrumque dabitur aequilibrium.

COROLLARIUM II.

383. Si manente aequilibrio, rotae radius augeretur, tunc potentia ponderi praevaleret; at ſi ex adverſo radius cylindri creſceret, potentia ſurſum a pondere traheretur. Nam in primo caſu momentum potentiae majus (381) fieret; in alio vero momentum ponderis augeretur.

SCHOLIUM I.

384. Haec omnia habent locum etiam dum cylindrus inſtructus eſt tantum ſcytala, vel manubrio, dummodo in de-

in demonſtratione pro radio rotae ſubſtituatur longitudo ſcytalae, aut manubrii. Itaque ſi potentia ſcytalae, aut manubrio applicata, elevet pondus datum, momentum potentiae erit ſemper ad illud ponderis (381), ut factum ex potentia in longitudinem ſcytalae, aut manubrii, ad factum ex pondere in radium cylindri. Et ſi potentia ſit ad pondus, ut radius cylindri ad longitudinem ſcytalae, vel manubrii, inter utrumque (382) dabitur aequilibrium.

SCHOLIUM II.

385. Quantum vero in hac machina augeatur potentiae vis, ſequenti exemplo aperietur. Radius rotae, aut longitudo ſcytalae, vel manubrii ſit pedum 2, aut digitorum 24, & radius cylindri digitorum 2; eritque radius rotae, vel longitudo ſcytalae, aut manubrii ad radium cylindri, ut 24 ad 2, ſive ut 12 ad 1. Itaque in hac machina ſpatium a potentia dato tempore abſolvendum, erit perpetuo ad ſpatium ponderis, ut 12 ad 1, ſive ut 12000 ad 1000; & ideo homo, qui per tres horas continuas huic machinae applicatur, poterit (325) tempore unius horae elevare pondus 300 librarum ad altitudinem 1000 pedum.

SCHOLIUM III.

386. Accurate autem eſt obſervandum, in uſu axis in peritrochio praeter illud incommodum, quod (ut in trochlea obſervavimus) ex rigore funium derivatur, alterum quoque dari ex funium craſſitie oriundum. Dum enim funis cylindro circumplicatur, ille dimidia ſua craſſitie radium hujus auget, cum funis tenſus agere tantum ſoleat juxta ejus axem, hoc eſt ſecundum rectam per ejus medium tranſeuntem. Ex quo fit, ut ſic aucto cylindri radio, etiam momentum ponderis (383) augeatur. Huc quoque accedit affrictus non modicus axiculorum, circa quos tota machina intra fulcro-

rum cavitates revolvi ſolet. Quae omnia ſatis indicant, ad pondus aliquod ope hujus machinae elevandum, majori potentia opus eſſe, quam quae ex theoria hactenus expoſita determinatur.

SCHOLIUM IV.

387. Ad axem in peritrochio revocatur ſpiralis conus, cui cum tenditur horologium, circumplicatur catenula tali pacto. Intra metallicum tympanum (*Fig.* 120.) clauditur elaſterium S, cujus puncto G alligatur catenulae una extremitas; altera vero firmatur in puncto E ſpiralis coni EL. Porro cum horologium concitandum ad motum eſt, tunc poſita clavi in B, rotatur conus circa ejus axem AB, atque ita catenula, quae horologio quieſcente, circumplicata tympano erat, revolvitur tota cono, ſicque tenditur elaſterium. Cum vero hoc expandere ſe nitatur, tympanum intus premit, ipſumque, & conum circa proprios axes rotare cogit. Vis itaque elaſterii erit potentia, quae ope catenulae ſub initio applicatur puncto K ſpiralis coni, ſubinde vero punctis aliis F, & E; adeo ut potentia ſucceſſive magis removeatur a coni axe AB. Reſiſtentia, quae in hac machina ponderis locum tenet, eſt renixus rotarum omnium horologii movendarum a rota EH. Manente ergo catenula in K, momentum potentiae erit (381) ut factum ex vi elaſterii in radium coni correſpondentem puncto K; & perventa catenula ad punctum F, momentum potentiae erit (381) ut factum ex vi elaſterii in radium coni exiſtentem in loco F, & ſic porro. Quia vero in perfectiſſimis horologiis vis elaſterii minui ſemper ſolet in ea ratione, qua augetur radius ſpiralis coni; ſequitur, momentum vis elaſterii idem prorſus eſſe in punctis omnibus K, F, E, & ita ſpiralem conum aequaliter ſemper verti, ſive horologii motum eſſe perpetuo uniformem.

CAPUT

CAPUT VII.

De Cochlea, machinarum ſimplicium quinta.

Definitio XVI.

388. Cylindrus rectus helice ſulcatus *cochlea* appellatur, & quidem *ſolida*, ſi ſuperficies ſulcata convexa ſit; *cava* vero, ſi ſuperficies ſulcata ſit concava. Debet autem cochlea cava habere helices magnitudine, & intervallo aequales illis, quae in ſolida continentur, adeo ut ſolida accurate inſeri cavae poſſit, atque circumagi intra illam.

Scholium I.

389. Duplex eſt modus cochleam adhibendi. Primus eſt quando cava convertitur circa ſolidam, uti apparet in torculari CDDC (*Fig.* 122.), quo librarii uti ſolent ad libros, inter duo plana firmiter comprimendos. Secundus modus cochleam adhibendi eſt quando ſolida vertitur circa cavam, uti liquet in torculari EF (*Fig.* 121.), quod ſolent artifices adhibere ad oleum ex plantarum ſeminibus educendum, vel ex uvis jam contuſis ſuccum reſiduum exprimendum. Hic etiam ſecundus modus etiam in uſu eſt, quando (*Fig.* 123.) ope cochleae elevandum eſt aliquod pondus G. Dum cochlea cava eſt circa ſolidam convertenda, ea (*Fig.* 122.) inſtrui debet auriculis B, & A, quibus potentia applicatur; at quando cochlea ſolida convertenda eſt circa cavam, tunc ſolida (*Fig.* 121. 123.) inſtrui debet ſcytalis LA, LB, ut a potentia illis applicata circumagatur.

Scholium II.

390. Ut autem ratio intelligatur, qua cochlea agit, conſiderare opportet, quod quando cochlea ſolida vertitur

titur

Digitized by Google

ſitur circa eavam, illa per hujus helices tanquam per planum inclinatum attolli ſolet, & quidem eo facilius, quo intervalla helicum ſunt minora. Unde ſi cochlea ſolida cum aſcendit, appenſum habeat (*Fig.* 123.) pondus G, omnia puncta ejus helicis prement in correſpondentem helicem cavae, non ſecus ac ſi tabula quaepiam ponderibus onerata per planum inclinatum ſurſus trahi deberet.

PROPOSITIO XXXIII.

391. *Si vis manus ſcytalae AL (Fig. 123.) applicata elevet pondus G cochleae mobili LD adnexum; momentum vis manus erit ad illud ponderis, ut factum ex illa vi in circumferentiam a ſcytalae extremitate deſcriptam, ad factum ex pondere G in binarum helicum intervallum.*

In una cochleae converſione tantundem promoveri ſolet vis manus ſcytalae applicata, quanta eſt circumferentia a ſcytalae extremitate percurſa; tantundem vero pondus G elevatur quantum eſt binarum helicum intervallum. Sed momentum vis manus ſcytalam circumagentis, eſt (322) ad momentum ponderis, ut factum ex illa vi in ejus ſpatium, ad factum ex pondere in ſpatium ſuum; ergo etiam momentum vis manus ſcytalam circumagentis, ad momentum ponderis erit, ut factum ex illa vi in circumferentiam a ſcytalae extremitate deſcriptam, ad factum ex pondere G in binarum helicum intervallum.

COROLLARIUM I.

392. Hinc ſi vis manus fuerit ad pondus G, ut binarum helicum intervallum ad circumferentiam a ſcytalae extremitate deſcriptam; neceſſario dabitur aequilibrium. Cum enim factum ex vi manus in circumferen-

ferentiam a ſcytale extremitate deſcriptam, aequetur facto ex pondere in binarum helicum intervallum; etiam momentum vis manus aequale erit (391) ponderis G momento, atque idcirco dabitur aequilibrium.

Corollarium II.

393. Quo ergo major eſt ſcytalae longitudo, & quo minor eſt diſtantia duarum helicum, eo major effectus per cochleam praeſtari debet.

Scholium I.

394. Quantum haec machina augeat vim potentiae, ſequenti exemplo aperiemus. Sit ſcytale longitudo unius pedis, aut duodecim digitorum, & duarum helicum intervallum ſit unius digiti; eritque diameter circuli a ſcytala deſcripti, 24 digitorum. Si ergo fiat, ut 7 ad 22, ita 24 ad quartum terminum proportionalem; hic dabit circumferentiam a ſcytalae extremitate percurſam, quae erit 75 circiter digitorum. Ergo circumferentia erit ad duarum helicum intervallum, ut 75 ad 1; & ideo ſi vis manus eſſet 25 librarum, poſſet ipſa aequilibrium (393) cum pondere librarum 1875. Nam vis manus eſſet ad pondus, ut 25 ad 1875, ſive ut 1 ad 75, aut ut duarum helicum intervallum ad circumferentiam a ſcytalae extremitate deſcriptam.

Scholium II.

395. Cum autem (282) vis manus hominis per tres horas continuas ſcytalam hujus machinae circumagentis, exerat actionem 25 libris aequivalentem, ſimulque tempore unius horae percurrat ſpatium 12060 pedum; ſequitur, hominem huic machinae applicatum, poſſe tempore unius horae attollere pondus 1875 librarum per altitudinem 160 pedum.

Scho-

SCHOLIUM III.

396. Manente in hac machina aequilibrio, hoc tolli nequit, etſi potentia paullulum augeatur; nam ſuperandus quoque affrictus eſt, qui in hac machina eſt notabilis. Cum enim cochlea ſolida per helices cavae tamquam per planum inclinatum (390) moveri ſoleat, & omnia puncta helicis cochleae ſolidae in correſpondentem helicem cavae ab annexo pondere comprimantur; conſequens eſt, ut pondus ope cochleae nequeat elevari, quin affrictus notabilis interveniat. Haec autem reſiſtentia in cauſa eſt, cur cochlea cum annexo pondere non deſcendat, etiamſi potentiae actio ceſſet, quod in aliis machinis non ſuccedit; in illis ſiquidem cadit pondus, quando potentia ſuſtinens removetur.

CAPUT VIII.

De Cuneo, machinarum ſimplicium ſexta.

DEFINITIO XVII.

397. CUneus eſt priſma triangulare EGKBS (*Fig.* 124.), cujus plana oppoſita ſunt triangula iſoſcelia GEO, KSB. Altitudo EV trianguli GEO, vocatur *cunei altitudo*, & baſis GO *latitudo cunei* dici ſolet. Denique recta ES, quae triangulorum vertices jungit, dicitur *acies cunei*, & plana EOBS, EGKS *facies*, aut *latera cunei* nuncupantur.

SCHOLIUM.

398. Ligno findendo acies cunei ſequenti methodo applicatur. Sit ACB (*Fig.* 125.) planum cunei, qui faciebus AC, BC tangat ligneam ſcindendam molem. Cuneus dein in latitudinis medio puncto N malleo percutiatur ſecundum directionem NP horizonti, aut rectae AB normalem, quae neceſſario tranſibit per verticem

C trianguli iſoſcelis ACB. Quo facto, evidens eſt ſic cuneum debere adigi intra lignum, quaſi promoveretur ſuper duo plana lignea SC, HC aequaliter inclinata ad verticalem rectam NG, atque adeo etiam ad horizontem; unde haec duo plana aequaliter, & perpendiculariter ab eodem cuneo premi debent.

LEMMA.

399. *SI in quovis (Fig. 126.) triangulo iſoſceli ACB demiſſa ex vertice ejus C ad baſim AB perpendiculari CN, in ea accipiatur quaelibet pars NP, & inde ex N demiſſis ad latera aequalia CA, CB perpendicularibus NO, NR, compleatur parallelogrammum NDPG; hoc omnia latera aequalia habebit.*

Quia ex angulo recto N trianguli rectanguli CNA demiſſa eſt ad hypotenuſam perpendicularis NO; erit angulus CAN aequalis alteri ONC, vel DNP. Simili modo oſtendam, etiam angulum CBN aequari alteri GNP, vel ſibi alterno DPN; ergo cum angulus CAN aequetur angulo CBN, etiam angulus DNP aequabitur DPN, & ideo quoque aequales erunt DN, DP. Sed eſt DN ipſi PG aequalis, & DP ipſi NG; ergo parallelogrammum NDPG omnia latera aequalia habet.

COROLLARIUM.

400. Hinc triangulum NDP erit ſimile ACB. Nam quia angulus DNP aequalis eſt (399) angulo CAN, & angulus DPN alteri CBN, etiam tertius NDP aequabitur tertio angulo ACB; unde triangulum NDP erit ſimile ACB.

PROPOSITIO XXXIV.

401. *MAnente aequilibrio inter reſiſtentiam ligni, & vim directe cuneo applicatam, potentia cunei abſo-*

abſoluta eſt ad reſiſtentiam findendi ligni, ut dimidia cunei latitudo ad ejus latus.

Triangulum iſoſceles ACB (*Fig.* 125.) referat planum cunei, qui malleo percutiatur in latitudinis medio puncto N vi, & directione NP, perpendiculari ſcilicet ad AB, quae producta tranſibit (398) per verticem ejus C. Deinde ad lignea plana SC, HC demiſſis ex N perpendiculis NO, NR, compleatur parallelogrammum NDPG, quod (399) aequilaterum eſſe debet. Dum cuneus vi NP adigitur intra lignum, aequaliter, & perpendiculariter (398) premit lignea plana SC, HC. Sed cunei vis NP eundem effectum edit (93), quem binae vires ND, NG, quae ſunt (399) aequales, & perpendiculares ad illa plana; ergo dum cuneus intra lignum adigitur vi NP, premit lignea plana SC, HC aequalibus viribus ND, NG. Porro hiſce viribus conatur cuneus plana illa invicem ſeparare; manente igitur aequilibrio, reſiſtentia ligni aequivalebit illis duabus viribus ſimul ſumptis, ſeu duplo unius ND, ob ambarum aequalitatem, unde vis cunei abſoluta erit ad reſiſtentiam ligni, ut NP ad duplum ND. Sed ob triangulum NDP ſimile ACB (400), eſt NP ad ND, ut AB ad AC, & conſequentia duplicando, eſt NP ad duplum ND, ut AB ad duplum AC, vel ut duplum AN ad duplum AC, aut ut AN ad AC; ergo etiam vis cunei abſoluta erit ad reſiſtentiam ligni, ut AN ad AC.

COROLLARIUM. I.

402. Hinc ex duobus cuneis aeque altis ACB, ECO (*Fig.* 127.) aptior erit findendo ligno acutior ECO. Nam ducta EH ad AC parallela, conveniente cum ipſa CN in H; erit EH ad EN, ut AC ad AN. Sed quia EC eſt major EH, ratio EC ad EN erit major ratione EH ad EN; igitur etiam major erit ratione AC ad AN. Sed (401) reſiſtentia eſt ad vim cunei ECO, ut EC ad

EN, & eadem reſiſtentia eſt ad vim cunei ACB, ut AC ad AN; ergo & reſiſtentia ad vim cunei ECO eſt in majori ratione, quam ſit eadem reſiſtentia ad vim cunei ACB, conſequenter ad aequilibrium faciendum cum reſiſtentia ligni, minor vis eſt neceſſaria in acutiori cuneo ECO, quam in minus acuto altero ACB, ſive perfectior erit cuneus ECO.

Corollarium II.

403. Quare ſi latera cunei referant duae curvae AC, BC (*Fig.* 128.) inter ſe ſimiles, & aequales; prodibit cuneus perfectiſſimus. Nam ducta CN, quae utramque curvam contingat in puncto C; liquet, inter curvam CA, & tangentem ejus CN nullam rectam lineam duci poſſe. Sed nulla quoque recta linea duci poteſt inter aliam curvam CB, & tangentem ejus CN; igitur curvilineus cuneus ACB acutior eſt quolibet rectilineo aeque alto, & ideo erit (402) omnium perfectiſſimus.

Corollarium III.

404. Propterea cum *novacula* ſit efformata inſtar cunei habentis latera curvilinea, perfectiſſimus cuneus ipſa (403) erit.

Corollarium IV.

405. Non itaque eſt mirandum, ſi roſtra, & ungues avium nonnullarum, quae nempe vivere ſolent rapto, ſint efformata inſtar cunei habentis latera curvilinea; ſic enim eas natura provida praemunivit, ut inde fierent aptiores ad volantilia alia depraedanda.

Scholium I.

406. Ad cunei actionem revocanda eſt vis perforandi in clavo, acu, gladio &c; item ſcindendi in forfice, cultro, ſecuri &c.

Scho-

SCHOLIUM II.

407. Manente aequilibrio inter reſiſtentiam ligni, & potentiam cuneo applicatam, illud non deſtruetur, etſi potentia paullulum augeatur; debet enim potentia etiam vincere reſiſtentiam ex attritu partium oriundam, quae in cuneo eſt notabilis. Cum enim utraque facies cunei ſcabra ſit, neque ſcabritie careant ligni plana, ſuper quae incedit; patet, non poſſe cuneum adigi intra lignum, quin magnus affrictus fiat, a vi cunei ſuperandus.

CAPUT IX.

De Rotis dentatis, & compoſitis machinis inde ortis.

DEFINITIO XVIII.

408. SI ambitus rotae dividatur in aequalia intervalla, quorum alia ſint dehiſcentia, & alternatim alia prominentia; haec poſtrema vocantur *dentes*, & rota illis inſtructa, *dentata* dicitur.

DEFINITIO XIX.

409. *Axis dentatus* eſt cylindrus, in cujus ſuperficie eſt determinatus numerus aequalium dentium.

DEFINITIO XX.

410. Si axis dentatus moveat dentatam rotam, haecque rurſus circumagat alium dentatum axem, qui aliam rotam verſat, & ſic deinceps; machina inde orta, *rotata* aſſolet appellari.

SCHOLIUM.

411. Machinae rotatae ſunt ferme numero infinitae, eaeque conſtrui ſaepe ſolent ad partes temporis indicandas, ad polienda vitra, ad contuſionem granorum,

ex quibus olea exprimuntur, atque ad innumeros alios uſus, humanae vitae admodum neceſſarios. Nos vero in hoc tractatu eas tantum machinas proponemus, quae vel ex axibus ſimul, & rotis dentatis conſtant, vel compoſitae ſunt ex cochlea juncta rotae; nam harum viribus adinventis, facile cuique erit etiam reliquarum vires expendere, & menſurare.

DEFINITIO XXI.

412. Si ex quatuor aequalibus axibus A, H, E, G (*Fig.* 129.) tres primi habeant decem dentes, quibus moveant totidem aequales rotas S, N, F dentibus centum praeditas; machina inde orta, *Pancratium* appellatur.

SCHOLIUM.

413. Dum haec machina adhibetur ad pondus aliquod elevandum, vis manus verſare debet manubrium CDL, cujus longitudo CD eſt decupla radii axis A, ſive huic aequalium H, E, G; pondus vero ſuſpendi debet ab axe extremo G.

PROPOSITIO XXXV.

414. *Quando vis manus manubrio Pancratii applicata, elevat aliquod pondus P (Fig. 129.), ſpatium a vi manus deſcriptum, eſt ſemper ad illud ponderis, ut* 10000 *ad* 1.

Dum vis manus applicata in D, ſemel verſat manubrium CDL, ſemel quoque revolvitur axis A; ergo ſpatium a vi manus percurſum, erit ad ſpatium abſolutum a ſingulis dentibus axis A, ſive ab axe A, ut circumferentia, quae deſcribitur a vi manus, ad circumferentiam axis A, ſive ut manubrii longitudo CD ad radium axis A, hoc eſt (413) ut 10 ad 1; & ideo ſpa-

ſpatium vis manus decuplum eſſe debet ſpatii axis A. Sed cum ſint 10 dentes in axe A, & 160 in rota S, decies revolvitur axis A, dum ſemel vertitur rota S, aut axis H; ergo ſpatium vis manus centuplum erit ſpatii axis H. Sed eandem ob cauſam, decem revolutiones conficit axis H, dum unam complet rota N, aut axis E; ergo ſpatium vis manus millecuplum erit ſpatii axis E. Pari modo oſtendam, ſpatium axis E decuplum eſſe ſpatii percurſi ab axe G, cui funis (quo pondus attollitur) circumvolvitur; ergo ſpatium vis manus decies millecuplum erit ſpatii ab axe G, ſive a pondere P percurſi, & ideo ſpatium vis manus erit ad illud ponderis, ut 10000 ad 1.

COROLLARIUM. I.

415. Hinc ſi potentia quaedam independenter a quolibet inſtrumento ſuſtineat pondus 25 librarum, eadem huic machinae applicata, ſuſtinebit pondus 250000 librarum. Nam cum potentia ſit ad pondus, ut 25 ad 250000, ſive ut 1 ad 10000, erit quoque (414) ut ſpatium ponderis ad ſpatium potentiae, atque ita dabitur (323) aequilibrium.

COROLLARIUM. II.

416. Quare vis manus hominis huic machinae applicata, poterit tempore unius horae elevare pondus 250000 librarum per altitudinem pedum $1\frac{1}{5}$. Nam (282) vis manus hominis per tres horas continuas manubrium circumagentis, aequivalet libris 25, & praeterea tempore unius horae percurrit ſpatium 12000 pedum; igitur ſi vis manus tempore unius horae manubrio hujus machinae applicetur, utique elevabit pondus 250000 librarum, ſed per decies milleſimam partem ſpatii 12000 pedum, ſive per pedes $1\frac{1}{5}$.

COROLLARIUM III.

417. Simili modo conſtat, quod ſi haberet haec machina quinque axes, tunc vis manus hominis poſſet tempore unius horae attollere pondus 2500000 librarum, ſed per $\frac{1}{25}$ unius pedis. Imo ſi axium numerus fieret adhuc major, poſſet homo manubrio hujus machinae applicatus, attollere pondus quantumvis magnum.

DEFINITIO XXII.

418. Si cochlea IO (*Fig.* 130.) juncta dentatae rotae FG, moveatur a duobus curriculis CC, & E; *torcular compoſitum* efficietur, ad corpora comprimenda maxime accomodatum.

SCHOLIUM.

419. Haec autem machina ſic conſtruitur. Verticali cylindro RR aptatur tum ſcytala AB 3 brachiis florentinis longa, tum curriculum E 12 tigillis, aut fuſis praeditum, quae movent dentatam rotam DH, habentem pro diametro brachia 2, dentes autem 36. Dein huic rotae dentatae DH adnexum eſt curriculum aliud CC 16 fuſis conſtans, quorum longitudo ſe extendit ad brachia 1 $\frac{1}{3}$. Denique haec fuſa movere debent dentatam aliam rotam FG, ſolidae cochleae IO inſertam, quae habet dentes 48, & diametrum 3 $\frac{1}{2}$ brachiorum. Haec machina inventa fuit a Clar. viro Joanne Maria Lampredio, in Piſana Univerſitate Publico Juris Canonici Profeſſore, quam poſtea ruri tam felici ſucceſſu applicari juſſit ad vinum, & oleum exprimendum, ut poſt quinque annorum curſum, ex quo conſtructa fuit, nulla indiguerit reſtauratione.

PROPOSITIO XXXVI.

420. *Potentia, quae in compoſito torculari aequilibratur cum comprimendi corporis reſiſtentia, eſt nona pars ejus, quae neceſſaria eſt ad idem praeſtandum in communibus torcularibus.*

Quia curriculum E 12 fuſa habet, rota vero DH dentes 36; utique dum curriculum idem E, ſive potentia applicata in A, tres complet revolutiones, unam perficiet rota DH, & curriculum ejus CC. Dum ergo potentia in A applicata, novies revolvitur circa B, curriculum CC tribus vicibus revolvetur. Verum cum curriculum CC 16 fuſa habeat, & rota FG conſtet dentibus 48, curriculo CC perficiente tres revolutiones, unam abſolvet rota FG, & cochlea quoque IO; ergo in una cochleae converſione, dum nempe haec deſcendit per duarum helicum intervallum, potentia in A applicata, novem percurret circumferentias, quarum radius eſt AB. Manente itaque aequilibrio inter potentiam, & reſiſtentiam corporis comprimendi, potentia erit (323) ad reſiſtentiam, ut duarum helicum intervallum ad novem circumferentias radio AB deſcriptas. Sed ſi ſcytala AB eſſet cochleae IO affixa, ut in communibus torcularibus, & potentia aliqua ipſi applicata, eſſet in aequilibrio cum eadem reſiſtentia corporis comprimendi, tunc reſiſtentia ad illam potentiam eſſet (392), ut circumferentia, cujus radius eſt AB, ad duarum helicum intervallum; ergo ex aequo perturbate, potentia in compoſito torculari erit ad potentiam in communi, ut una circumferentia, cujus radius eſt AB, ad novem circumferentias eodem radio AB deſcriptas, ſive ut 1 ad 9, hoc eſt prima potentia pars nona alterius erit.

Coro-

SCHOLIUM I.

421. Patet, hoc theorema ſolummodo verum eſſe, cum compoſitum torcular, & commune eandem habent ſcytalae longitudinem; ſed quia longitudo ſcytalae in communi ſolet eſſe circiter 6 brachiorum, ſeu dupla ejus, quae in compoſito adhibetur, ideo potentia, quae in hoc aequilibratur cum reſiſtentia, erit ſolum aequalis duabus nonis partibus potentiae neceſſariae ad id praeſtandum in communi torculari. Unde ſi in communi potentia quaepiam data per ſe ſufficiens ſit ad ſuperandam comprimendi corporis reſiſtentiam; potentia aequivalens duabus nonis partibus ejuſdem, in torculari compoſito id praeſtabit.

SCHOLIUM II.

422. Aliis quoque ex cauſis compoſitum torcular eſt communibus aliis praeferendum. Nam 1.° in communibus torcularibus dum praecipue creſcit comprimendi corporis reſiſtentia, quinque homines convertendae cochleae vix ſufficiunt; verum in hoc noſtro ut plurimum ſufficit unus homo. 2.° Ad ſcytalae punctum A (*Fig.* 130.) poteſt loco hominis ſubſtitui bos, vel equus, ſicque impenſae plurimum parceretur, quod in communibus torcularibus non praeſtatur. 3.° in communibus torcularibus homines ſcytalae applicati, non eodem ſemper tenore agunt, ſed ipſam inordinato impellere ſolent motu; ex quo fit, ut cava cochlea, & ſcytalae ſaepius frangi ſoleant, quin etiam muri, quibus cochlea cava innititur, contremiſcant; id quod nequit accidere in compoſito, in quo homines, qui urgent ſcytalam, aequabili ſemper, & ordinato feruntur motu.

SCHOLIUM III.

423. Neque opponi poteſt, ad ſemel convertendam cochleam hujus compoſiti torcularis, longiori tempore opus eſſe, quam in communi. Nam vix dum manus

ſcy-

ſcytalae applicata in communibus torcularibus, deſcribit quadrantem circuli, ſcytala ipſa cruribus, quae cochleam cavam ſuſtinent, occurrendo, progredi ulterius nequit, niſi prius extracta a foramine, per quod tranſit, poſtea in aliud ſubſequens inſeratur; unde vis manus ſcytalae applicata, duas revolutiones perficit illo tempore, quo cochlea unam complet. Jam quia in communibus torcularibus longitudo ſcytalae eſt ſex circiter brachiorum, utique circumferentia ab ejus extremitate, aut a vi manus deſcripta, erit brachiorum $37\frac{5}{7}$. Atqui vis manus in una cochleae converſione duas hujuſmodi circumferentias deſcribit; igitur ſpatium a vi manus deſcriptum in una cohleae converſione, erit brachiorum $75\frac{3}{7}$. At quia in compoſito torculari ſcytalae longitudo eſt brachiorum 3; ſpatium a vi manus percurſum in una cochleae converſione, erit brachiorum $169\frac{5}{7}$, ſeu pluſquam duplum ſpatii, quod deſcribitur in communi. Quamvis autem haec ſpatia longe differant inter ſe, ferme tamen aequali tempore abſolventur. Homo enim ad ſcytalam noſtrae machinae applicatus, ſemper uniformiter promovetur, dum in communibus torcularibus quo magis creſcit comprimendi corporis reſiſtentia, eo tardiori incedere ſolet motu; ſiquidem ille homo modo totis viribus urget ſcytalam, modo debet quieſcere, ut reſpiret. Huc accedit, quod ipſi homines ſcytalae applicati, cum in quavis cochleae converſione quater ſcytalam ipſam ex uno in aliud foramen transferre debeant, id niſi magno diſpendio temporis non perficiunt; atque adeo quamvis potentiae ſpatium ſit pluſquam duplo longius in torculari hoc noſtro, quam in communi, longiori tamen tempore non percurritur. Adde etiam ex hac machina id commodi comparari, quod ſcilicet idem homo, vel ali[illegible]

alia quaevis animata potentia ſcytalae applicata, ſi directionem mutet, viribuſque ſuis contraria utatur via, depreſſam cochleam elevat uſque ad cavam, atque adeo brevi, & expedita methodo materiam comprimendam rurſus aptat, premitque. Quae quidem omnia in reliquis torcularibus majori diſpendio temporis perficiuntur.

DEFINITIO XXIII.

424. Si ad verſandam rotam E (*Fig.* 131.) loco axis dentati, aut curriculi fuſis praediti, cochlea FD adhibeatur; prodibit *cochlea infinita*, ſeu quae poteſt circumagi ſine fine.

SCHOLIUM I.

425. Dum haec machina adhibetur ad elevandum aliquod pondus P, hoc pendere debet ex fune, qui cylindro HA circumplicatur; potentia vero, aut vis manus applicanda eſt manubrio BOC, quod dum ipſa vertit, helices cochleae circumagunt dentes rotae E, atque ita attollitur pondus P.

SCHOLIUM II.

426. Quiſque videt, cum rota ſemel circumacta eſt, cochleam toties debuiſſe revolvi, quot in rota ſunt dentes, quorum ſinguli (alii poſt alios) helicum intervallo cavo inſeruntur.

PROPOSITIO XXXVII.

427. *SI vis manus applicata manubrio BOC, ope cochleae infinitae circumagat rotam E, & ita elevet pondus P; ſpatium vis manus erit ad ſpatium ponderis, ut circumferentia radii BO toties ſumpta, quot ſunt dentes in rota E, ad circumferentiam cylindri HA.*

Dum applicata manus in C, ſemel revolvitur circa B,

B, unus dens rotae E a cochlea (426) promovetur, ſeu tranſit per totam helicum longitudinem. Ut itaque rota E integram compleat revolutionem, ſeu quod idem eſt, ut omnes ejus dentes tranſeant per totam helicum longitudinem, vis manus toties vertere manubrium debet, quot ſunt dentes in rota E. Hoc vero temporis intervallo tantundem elevabitur pondus P, quanta eſt longitudo funis ſemel cylindro HA circumplicati; ergo ſpatium vis manus erit ad ſpatium ponderis, ut circumferentia radii BO toties ſumpta, quot ſunt dentes in rota E, ad circumferentiam cylindri AH.

Corollarium I.

428. Hinc ſi rota E habeat 100 dentes, ſpatium vis manus erit (427) ad ſpatium ponderis, ut circumferentia radii BO centies ſumpta, ad circumferentiam cylindri HA, ſive ut recta BO centies ſumpta, ad radium cylindri HA.

Corollarium II.

429. Unde ſi vis manus ſit ad pondus P, ut radius cylindri HA ad rectam BO centies ſumptam, erit quoque vis manus ad pondus P, ut hujus ſpatium ad ſpatium illius, ac proinde (323) dabitur aequilibrium.

Scholium I.

430. Ut vis hujus machinae melius percipiatur, lubet rem totam exemplo aliquo illuſtrare. Sunto, ut prius, 100 dentes in rota E, & longitudo BO manubrii ſit 10 digitorum; radius autem cylindri HA digito 1 conſtet. Quia recta BO eſt digitorum 10, eadem centies repetita, erit digitorum 1000. Sed radius cylindri HA eſt digiti unius; ergo ſpatium vis manus erit ad ſpatium ponderis, ut 1000 ad 1, & ideo ſi vis manus aequivaleret libris 25, poſſet ipſa manubrio applicata, aequilibrari cum pondere 25000 librarum. Nam in hac hypo-

hypotheſi potentia eſſet ad pondus, ut 25 ad 25000, ſive ut 1 ad 1000, hoc eſt ut ſpatium ponderis ad ſpatium potentiae; unde aequilibrium (323) haberetur.

S C H O L I U M II.

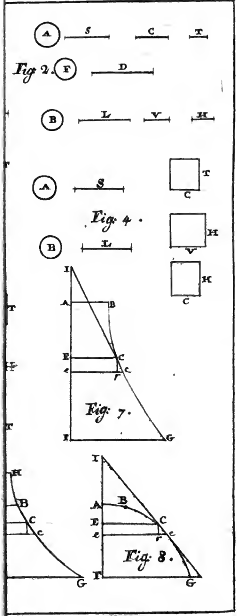
431. Conſtat autem (282) vim manus hominis, qui per tres horas continuas manubrium verſat, poſſe exercere actionem 25 libris aequivalentem, ſimulque tempore unius horae percurrere ſpatium 12000 pedum; igitur ſi vis manus per tres horas continuas manubrio hujus machinae applicetur, ipſa tempore unius horae attollet pondus 25000 librarum per milleſimam partem ſpatii 12000 pedum, ſive per altitudinem pedum 12.

FINIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

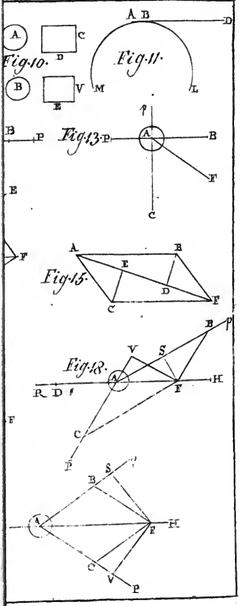
176 - Tab. I.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.



Digitized by Google

Tab. III.

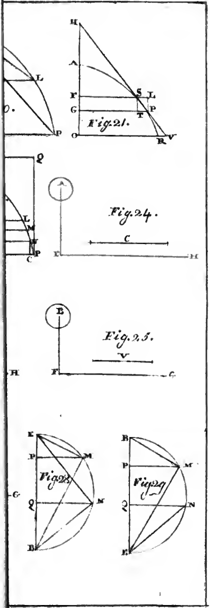


Fig. 21.
H
A
F
G
O
S
L
T
P
R
V
Fig. 24.
A
C
F
H
Fig. 25.
B
V
F
G
Fig. 28
E
P
M
Q
N
B
Fig. 29
B
P
M
Q
N
E

Digitized by Google

Tab. IV.

Fig. 31.

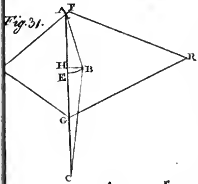


Fig. 33.

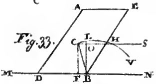


Fig. 35

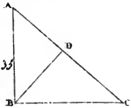
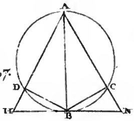


Fig. 37.



Digitized by Google

Tab. IV.

Fig. 39.

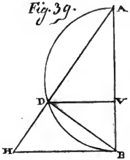
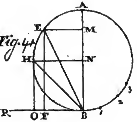


Fig. 41.



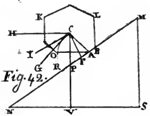
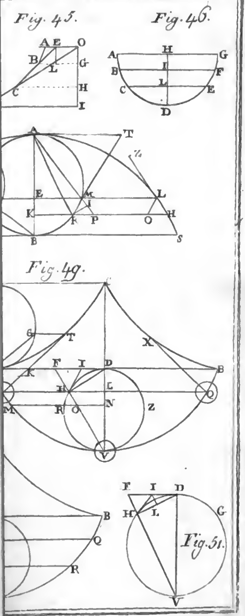


Fig. 42.

Tab. VI.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. VII.

Fig. 53

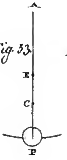
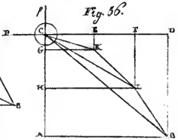


Fig. 54



Fig. 56.



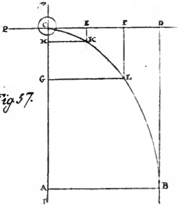


Fig. 57.

Fig. 60.

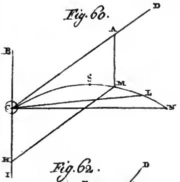


Fig. 62.

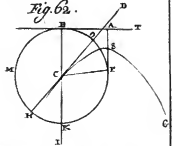


Fig. 64.

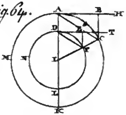
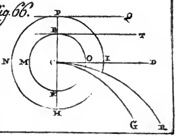


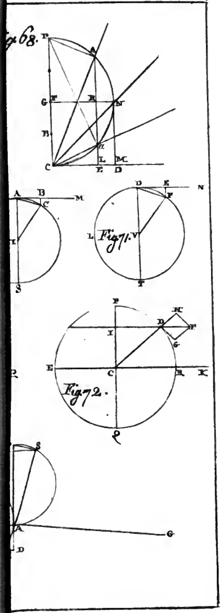
Fig. 66.



Digitized by Google

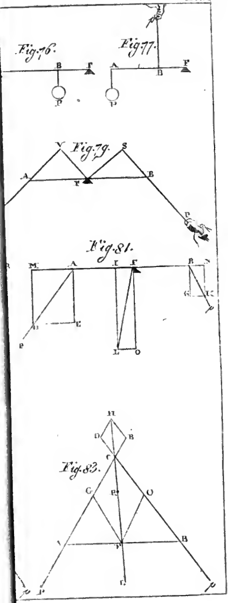
Digitized by Google

Tab. IX.



Digitized by Google

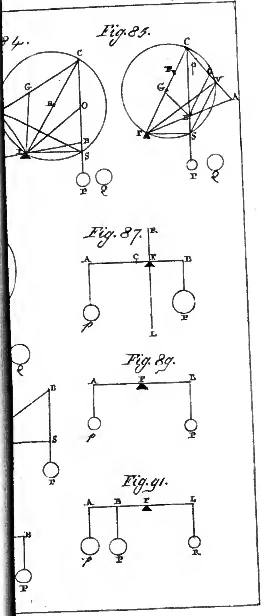
Tab. X.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. XI.



Digitized by Google

Tab. XII.

Fig. 93.

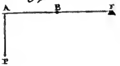
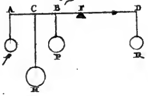




Fig. 95.



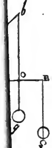


Fig. 97.

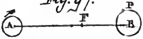
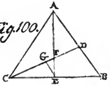


Fig. 100.



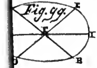


Fig. 99.

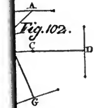
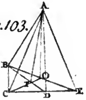


Fig. 102.

Fig. 103.



Digitized by Google

Tab. XIII

05.

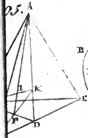
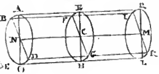


Fig. 106.



108.

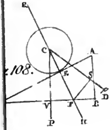


Fig. 109.

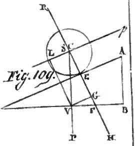


Fig. 111.

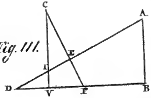


Fig. 113.

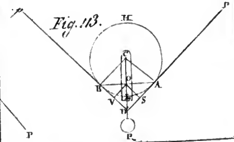


Fig. 115

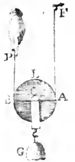
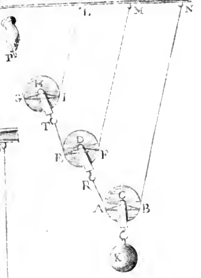


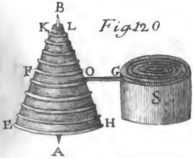
Fig. 117





Tab. XV

Fig. 120



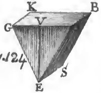


Fig. 124

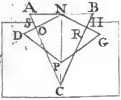
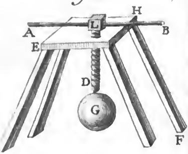


Fig. 125

Fig. 123



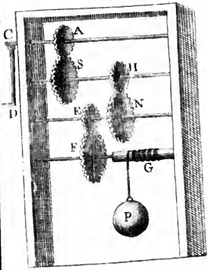
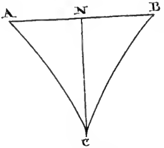
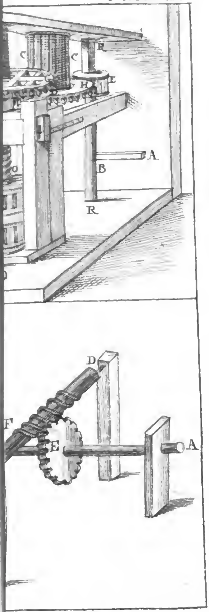


Fig. 128



Digitized by Google

Tab. VII.



Z 5. 6, 231
111372
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ML
2330

Digitized by Google